جمهورية مصر العربية
وزارة التجارة والصناعة
مصلحة الكفاية الانتاجية والتدريب المهنى
الإدارة العامة للبرامج والمواصفات

الميكانيكا

الصف الثالث نظام التلمذة الصناعية
جميع مراكز التدريب

إعداد

د- أحمد محمد أحمد عبد الحميد
مدرس بمركز معادن فيكتوريا – شرق الأسكندرية

أ- نادر نسيم سلامه
كبير موجهين - شرق الأسكندرية

مراجعة
د – عبد اللطيف محمود عبداللطيف
جامعة الإسكندريه - كلية العلوم - قسم الرياضيات

٢٠١٦/٢٠١٧

المحتويات

الوحدة الأولى

الدفع والتصادم

الوحدة الثانية

الحركة الأهتزازيه

الوحدة الثالثه

نقل الحركه

المحتويات

الوحدة الأولى

الدفع و التصادم

١-١ الدفع

١-٢ التصادم

١-٣ أنواع التصادم

مقدمة

عندما تتفاعل حركة الأجسام مع بعضها بقوى ويحدث تأثير متبادل بين جسمين أو أكثر فإننا نحتاج لدراسة الدفع الذى تحدثه القوة فى الجسم خلال فترة زمنية وكذلك التصادم ، وهناك العديد من التطبيقات على هذا الموضوع على سبيل المثال اندفاع الصواريخ والطائرات وإطلاق الذخائر من المدافع والتصادمات التى تؤدى لنقل الحركه داخل الماكينات .

الدفع والتصادم

١-١ الدفع (Thrust)

هناك العديد من الأمثله والتطبيقات للدفع ويتضح مفهوم الدفع حين نستعرض الأمثله الآتيه:

(١) عند القفز يدفع الإنسان الأرض بقدمه إلى الخلف فيندفع إلى الأمام أو عاليا.

(٢) عند تحرر فتحة بالونه مملوئه بالهواء فإن الهواء المحبوس يندفع للخلف فتندفع البالونه للأمام.

(٣) أندفاع الهواء بقوه خلال المحرك النفاث وخروج العادم للخلف يؤدى لأندفاع الطائره للأمام. كما يمكن إنتاج الدفع العكسي للتحكم بسرعة الطائره أو للمساعدة على كبح السرعة بعد هبوط الطائرة على الأرض.

تعريف الدفع

عند خضوع جسم كتلته "ك" لتأثير قوة "$\vec{\text{ق}}$" لفتره زمنيه $\Delta \text{ن} = \text{ن}_{٢} - \text{ن}_{١}$ فإننا نكتب قانون نيوتن الثانى على الصورة

$\vec{\text{ق}} = \frac{\text{د}\vec{\text{ك}}}{\text{د}\text{ن}}$ حيث أن $\vec{\text{ك}}$ يمثل متجه كمية الحركة.

بفصل المتغيرات على النحو التالى

$$\text{د}\vec{\text{ك}} = \vec{\text{ق}}\ \text{د}\text{ن}$$

ثم بتكامل المعادله من الزمن $\text{ن}_{١}$ إلى $\text{ن}_{٢}$ نحصل على

$$\int_{\text{ك}_{١}}^{\text{ك}_{٢}} \text{د}\vec{\text{ك}} = \vec{\text{ق}} \int_{\text{ن}_{١}}^{\text{ن}_{٢}} \text{د}\text{ن}$$

متجه الدفع $\vec{\text{د}} = \vec{\text{ك}}_{٢} - \vec{\text{ك}}_{١} = \vec{\text{ق}}(\text{ن}_{٢} - \text{ن}_{١})$

$$\therefore \vec{\text{د}} = \Delta\vec{\text{ك}} = \vec{\text{ق}}\ \Delta \text{ن}$$

من المعادله السابقه يمكننا معرفة أن الدفع يأخذ اتجاه القوه كما يمكنا تعريف الدفع على النحو الآتى

تعريف الدفع : الدفع الذي تحدثه القوة المحصلة في الجسم خلال فترة زمنية ما يساوي التغير في كمية تحرك هذا الجسم خلال تلك الفترة.

وحدات قياس الدفع

- وحدة كتلة × وحدة سرعة

كجم . م/ث ، جم . سم/ث

- وحدة قوة × وحدة زمن

نيوتن . ثانية ، داين . ثانية ، ث كجم . ثانية ، ث جم . ثانية

معادلة أبعاد الدفع

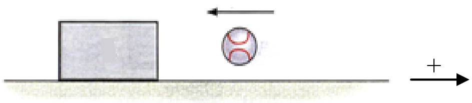
معادلة الأبعاد $= [ق . \Delta ن] = كم ن^{-2} . ن = كم ن^{-1}$

مثال (1)

تصطدم كرة كتلتها ٠.٤ كجم تسير أفقياً بسرعة ٣٠ م/ث بحائط و ترتد عنه بسرعة ٢٠ م/ث .

ما القوة التى أثر بها الحائط على الكرة إذا كان زمن التلامس ٠.١ ثانية .

الحــل



بفرض أن الاتجاه الموجب نحو اليمين

$د = كـ_٢ - كـ_١ = ك ع_٢ - ك ع_١$

$د = (٠,٤ \times ٢٠) - (٠,٤ \times -٣٠)$

$د = ٢٠$ كجم.م/ث

قوة الدفع $= ق = \frac{د}{ن} = \frac{٢٠}{٠,١} = ٢٠٠$ نيوتن وتأخذ القوة اتجاه الدفع أى الأتجاه الموجب لمحور السينات

مثال (2)

إذا ضُربت كرة ساكنه كتلتها ٠.٠٥٨ كجم بمضرب ، بقوة مقدارها ٢٧٢ نيوتن ، فأصبحت سرعتها ٦٢م/ث ، فاحسب زمن تلامس الكرة بالمضرب ؟

الحـل

$$\Delta \text{ك} = \text{ق} \, \Delta \text{ز}$$

$$\Delta \text{ز} = \frac{\Delta \text{ك}}{\text{ق}}$$

$$\Delta \text{ز} = \frac{٠,٠٥٨ \times (٦٢ - ٠)}{٢٧٢}$$

$$\Delta \text{ز} = ٠,٠١٣ \text{ ثانيه}$$

زمن تلامس الكره بالمضرب ٠.٠١٣ ثانيه

مثال (3)

ضرب لاعب قرص هوكى مؤثراً فيه بقوة ثابتة مقدارها ٣٠ نيوتن مدة ٠.١٦ ثانيه. ما مقدار الدفع المؤثر في القرص ؟

الحـل

$$\text{د} = \text{ق} \, \Delta \text{ز}$$

$$\text{د} = (٣٠)(٠,١٦) = ٤,٨ \text{ نيوتن.ثانيه}$$

١-٢ التصادم (Collisions)

كثيراً ما نلاحظ تصادم الأجسام فى حياتنا مثل تصادم كرات البلياردومثلاً ، فالتصادم هو تأثير متبادل بين جسمين أو أكثر احدهما على الأقل متحرك بحيث يتم تفاعل مؤقت بينه وبين الجسم الآخر عن طريق تبادل التأثير بقوى الدفع حسب قانون نيوتن الثالث والذى يحدث خلال فترة قصيرة جدا.

زمن التصادم

هو زمن تأثير القوى المتبادلة بين الأجسام المتصادمة.

١-٣ أنواع التصادم

ينقسم التصادم إلى ثلاثة أنوع هى :

١ - تصادم مرن :

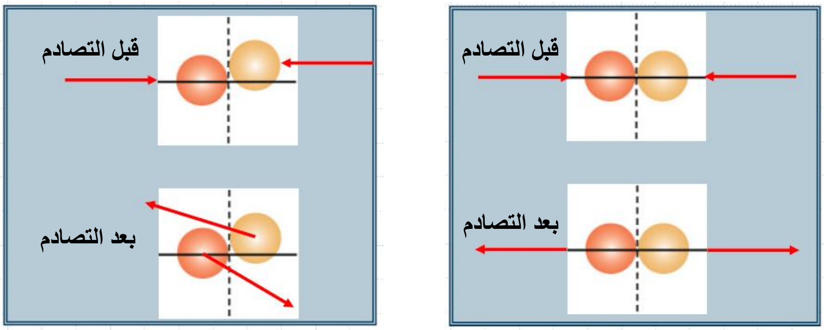
التصادم الذي تكون فيه كمية الحركة الكليه وطاقة الحركة الكلية محفوظة قبل وبعد التصادم.

٢ - تصادم غير مرن:

التصادم الذي تكون فيه كمية الحركة الكليه محفوظه وطاقة الحركة الكلية غير محفوظه قبل وبعد التصادم.

٣- تصادم عديم المرونة : التصادم الذي تكون فيه كمية الحركة الكليه محفوظه وطاقة الحركة الكلية غير محفوظه قبل وبعد التصادم ،ويحدث فقد كبير في الطاقة الحركية ، ويلتحم الجسمان كجسم واحد بعد التصادم.

وستكون دراستنا للتصادم قاصره على التصادم فى بعد واحد حيث أن محور مسار الحركه قبل التصادم هو نفسه محور مسار الحركه بعد التصادم كما هو موضح بالشكل (١-١).



تصادم فى بعد واحد   تصادم فى بعدين

شكل (١-١)

١-٣-١ التصادم المرن

يكون مجموع كمية الحركه للأجسام قبل التصادم مساويا لمجموع كمية الحركه للأجسام بعد التصادم، وهذا مايعرف بـ "قانون حفظ كمية الحركه". كذلك بالنسبة إلى مجموع طاقة حركة الأجسام قبل التصادم يكون مساويا لمجموع طاقة حركة الأجسام بعد التصادم وهو ما يعرف بـ"قانون حفظ طاقة الحركه" ، وتنفصل الأجسام مباشرة بعد التصادم دون أن يحدث لهما أى

تغير في الشكل ودرجة الحرارة. وبناءاً على ذلك فإن كمية الحركة الكليه وطاقة الحركة الكلية محفوظة قبل وبعد التصادم.

<u>التصادم المرن وحفظ كمية الحركة الخطية</u>

إذا تحرك جسمان كتلتيهما $\text{ك}_{١}$،$\text{ك}_{٢}$ بسرعتين $\text{ع}_{١}$،$\text{ع}_{٢}$ على الترتيب فيصطدمان ببعضهما بحيث تؤثر الأولى على الثانية بقوة دفع $\text{ق}_{٢١}$ تساوى فى المقدار وتعاكس فى الأتجاه قوة الدفع التى تؤثر بها الثانية على الأولى $\text{ق}_{١٢}$ فتصير سرعتيهما بعد التصادم $\text{ع}'_{١}$،$\text{ع}'_{٢}$ على الترتيب.

$$\overleftarrow{\text{ق}}_{٢١} = -\overleftarrow{\text{ق}}_{١٢}$$

$$\overleftarrow{\text{ق}}_{٢١} = \frac{\Delta \overleftarrow{\text{ك}}_{١}}{\Delta \text{ز}} \text{ ، } \overleftarrow{\text{ق}}_{١٢} = \frac{\Delta \overleftarrow{\text{ك}}_{٢}}{\Delta \text{ز}}$$

نستنتج مما سبق أن

$$\Delta \overleftarrow{\text{ك}}_{١} = -\Delta \overleftarrow{\text{ك}}_{٢}$$

$$\Delta\left(\overleftarrow{\text{ك}}_{١} + \overleftarrow{\text{ك}}_{٢}\right) = ٠$$

أى أن كمية الحركة الخطية لا تتغير نتيجة التصادم وبذلك فإن كمية الحركة محفوظة خلال عملية التصادم. أى أن

مجموع كمية الحركة قبل التصادم = مجموع كمية الحركة بعد التصادم

$$\text{ك}_{١}\text{ع}_{١} + \text{ك}_{٢}\text{ع}_{٢} = \text{ك}_{١}\text{ع}'_{١} + \text{ك}_{٢}\text{ع}'_{٢}$$

$$\text{ك}_{١}(\text{ع}_{١} - \text{ع}'_{١}) = \text{ك}_{٢}(\text{ع}'_{٢} - \text{ع}_{٢}) \qquad (١)$$

<u>التصادم المرن وحفظ طاقة الحركه</u>

مجموع طاقة الحركة قبل التصادم = مجموع طاقة الحركة بعد التصادم

$$\frac{١}{٢}\text{ك}_{١}\text{ع}_{١}^{٢} + \frac{١}{٢}\text{ك}_{٢}\text{ع}_{٢}^{٢} = \frac{١}{٢}\text{ك}_{١}\text{ع}'^{٢}_{١} + \frac{١}{٢}\text{ك}_{٢}\text{ع}'^{٢}_{٢}$$

$$\therefore \text{ك}_{١}(\text{ع}_{١}^{٢} - \text{ع}'^{٢}_{١}) = \text{ك}_{٢}(\text{ع}'^{٢}_{٢} - \text{ع}_{٢}^{٢}) \qquad (٢)$$

<u>استنتاج العلاقه بين كتل الأجسام وسرعاتها قبل وبعد التصادم المرن</u>

يمكن كتابة المعادله (٢) على الصوره التاليه بتحليل الفرق بين مربعين

$$\text{ك}_{١}(\text{ع}_{١}+\text{ع}'_{١})(\text{ع}_{١}-\text{ع}'_{١})=\text{ك}_{٢}(\text{ع}'_{٢}+\text{ع}_{٢})(\text{ع}'_{٢}-\text{ع}_{٢}) \qquad (٣)$$

بالتعويض من (١) فى (٣) ينتج أن

$$\text{ع}_{١}+\text{ع}'_{١}=\text{ع}'_{٢}+\text{ع}_{٢}$$

$$\therefore \text{ع}_{١}-\text{ع}_{٢}=\text{ع}'_{٢}-\text{ع}'_{١} \qquad (٤)$$

بالتعويض من $\text{ع}'_{٢}=\text{ع}_{١}-\text{ع}_{٢}+\text{ع}'_{١}$ فى المعادلة (١)

$$\text{ك}_{١}(\text{ع}_{١}-\text{ع}'_{١})=\text{ك}_{٢}(\text{ع}_{١}-\text{ع}_{٢}+\text{ع}'_{١}-\text{ع}_{٢})$$

$$\text{ك}_{١}(\text{ع}_{١}-\text{ع}'_{١})=\text{ك}_{٢}(\text{ع}_{١}-٢\text{ع}_{٢}+\text{ع}'_{١})$$

$$\text{ع}'_{١}\left(\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}\right)=\text{ع}_{١}\left(\text{ك}_{١}-\text{ك}_{٢}\right)+\text{ع}_{٢}\left(٢\text{ك}_{٢}\right)$$

بقسمة الطرفين على $\left(\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}\right)$

$$\text{ع}'_{١}=\left(\frac{\text{ك}_{١}-\text{ك}_{٢}}{\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}}\right)\text{ع}_{١}+\left(\frac{٢\text{ك}_{٢}}{\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}}\right)\text{ع}_{٢} \qquad (٥)$$

بالمثل بالتعويض بـ $\text{ع}'_{١}=-\text{ع}_{١}+\text{ع}_{٢}+\text{ع}'_{٢}$ فى المعادلة (١)

$$\text{ك}_{١}(٢\text{ع}_{١}-\text{ع}_{٢}-\text{ع}'_{٢})=\text{ك}_{٢}(\text{ع}'_{٢}-\text{ع}_{٢})$$

$$\text{ع}'_{٢}\left(\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}\right)=\left(٢\text{ك}_{١}\right)\text{ع}_{١}+\left(\text{ك}_{٢}-\text{ك}_{١}\right)\text{ع}_{٢}$$

بقسمة الطرفين على $\left(\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}\right)$

$$\text{ع}'_{٢}=\left(\frac{٢\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}}\right)\text{ع}_{١}+\left(\frac{\text{ك}_{٢}-\text{ك}_{١}}{\text{ك}_{١}+\text{ك}_{٢}}\right)\text{ع}_{٢} \qquad (٦)$$

ومن المعادلتين (٥) ، (٦) يمكن إيجاد السرعات بعد التصادم المرن بدلالة الكتل والسرعات قبل التصادم.

سرعة التقارب والتباعد النسبية ومعامل الأرتداد

تسمى $\left(ع_{١} - ع_{٢}\right)$ سرعة التقارب النسبية قبل التصادم.

تسمى $\left(ع'_{٢} - ع'_{١}\right)$ سرعة التباعد النسبية بعد التصادم.

أما أثناء التصادم المرن لجسمين على خط مستقيم ومن المعادلة (٤)

$ع_{١} - ع_{٢} = ع'_{٢} - ع'_{١}$ ينتج أن

$$\frac{ع'_{٢} - ع'_{١}}{ع_{١} - ع_{٢}} = ١ \qquad (٧)$$

أى أن النسبة بين سرعة التباعد النسبية بعد التصادم وسرعة التقارب النسبية قبل التصادم تساوى واحد وتسمى هذه النسبة بمعامل الأرتداد .

معامل الارتداد

تعريف معامل الأرتداد: النسبة بين سرعة التباعد النسبية إلى سرعة التقارب النسبية.

$$ر = \frac{ع'_{٢} - ع'_{١}}{ع_{١} - ع_{٢}} \qquad (٤)$$

١-٣-٢ التصادم غير المرن

هو التصادم الذي تكون فيه كمية التحرك محفوظة مع وجود فقد في طاقة الحركة قبل وبعد التصادم.

أى أن

$$ك_{١}\left(ع_{١} - ع'_{١}\right) = ك_{٢}\left(ع'_{٢} - ع_{٢}\right)$$

$$\left(\frac{١}{٢}ك_{١}ع_{١}^{٢} + \frac{١}{٢}ك_{٢}ع_{٢}^{٢}\right) - \left(\frac{١}{٢}ك_{١}ع'^{٢}_{١} + \frac{١}{٢}ك_{٢}ع'^{٢}_{٢}\right) = م$$

حيث م هى الفقد فى الطاقة

- إذا كان (م > ٠) فإن "م" كمية الطاقة التى تتحرر نتيجة التصادم ويكون التصادم مصدر للطاقة.

- إذا كان (م >٠) فإن "م" كمية الطاقة اللازم أعطاؤها للأجسام المتصادمه حتى يمكن للتصادم أن يتم ويكون التصادم ماص للطاقة .
- إذا كانت م = صفر فإن التصادم مرن .

حالات معامل الارتداد

- إذا كان (٠ > ـ > ١) فإن التصادم غير مرن.
- إذا كانت (ـ = ١) فإن التصادم مرن.
- إذا كانت (ـ = ٠) فإن التصادم عديم المرونة (الجسمان بعد التصادم لهما نفس السرعه).

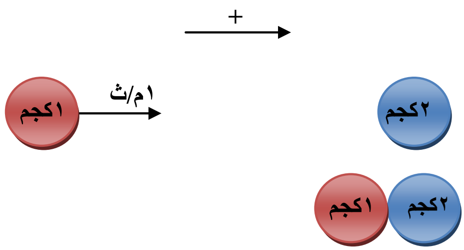
وحدة قياس ومعادلة أبعاد معامل الأرتداد

ليس له وحدة قياس أو معادلة أبعاد لأنه نسبة بين سرعات.

مثال (4)

اصطدمت كره كتلتها ١ كجم تتحرك بسرعه مقدارها ١ م/ث فى بعد واحد بكره أخرى ساكنه كتلتها ٢ كجم. أوجد مقدار واتجاه سرعة كل من الكرتين بعد التصادم إذا كان التصادم مرناً.

الحـل



بفرض أن الاتجاه الموجب نحو اليمين

$$\text{ع}'_{١} = \left(\frac{\text{ك}_{١} - \text{ك}_{٢}}{\text{ك}_{١} + \text{ك}_{٢}}\right)\text{ع}_{١} + \left(\frac{٢\text{ك}_{٢}}{\text{ك}_{١} + \text{ك}_{٢}}\right)\text{ع}_{٢}$$

$$\text{ع}'_{١} = \left(\frac{١ - ٢}{١ + ٢}\right)(١) + \left(\frac{٢ \times ٢}{١ + ٢}\right)(٠) = \left(\frac{-١}{٣}\right)(١) + \left(\frac{٤}{٣}\right)(٠)$$

$$\text{ع}'_{١} = \frac{-١}{٣}$$ م/ث واتجاهها نحو اليسار

$$ع'_٢ = \left(\frac{٢ك_١}{ك_١+ك_٢}\right)ع_١ + \left(\frac{ك_٢-ك_١}{ك_١+ك_٢}\right)ع_٢$$

$$ع'_٢ = \left(\frac{٢\times١}{١+٢}\right)(١) + \left(\frac{٢-١}{١+٢}\right)(٠) = \left(\frac{٢}{٣}\right)(١) + \left(\frac{١}{٣}\right)(٠)$$

$ع'_٢ = \frac{٢}{٣}$ م/ث   واتجاهها نحو اليمين

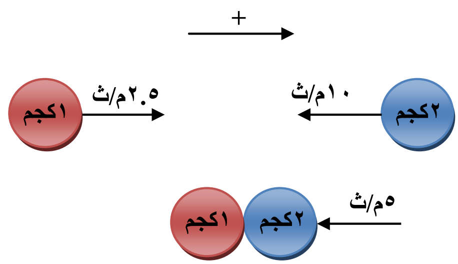
مثال (5)

يتحرك جسم كتلته ٢كجم بسرعة ١٠ م/ث فيصطدم بآخر كتلته ١ كجم يتحرك بسرعة ٢.٥ م/ث بعكس اتجاه حركة الأول فإذا أصبحت سرعة الأول بعد التصادم مباشرة ٥ م/ث فى نفس اتجاهه قبل التصادم.

(١) احسب سرعة الجسم الثاني بعد التصادم.

(٢) احسب معامل الإرتداد بين الجسمين وحدد نوع التصادم.

الحل



بفرض أن الاتجاه الموجب نحو اليمين ، ثم بتطبيق قانون حفظ كمية الحركه

(١) $ك_١ع_١ + ك_٢ع_٢ = ك_١ع'_١ + ك_٢ع'_٢$

$$٢\times-١٠ + ١\times٢,٥ = ٢\times-٥ + ع'_٢$$

$ع'_٢ = -٢٠ + ٢,٥ + ١٠ = -٧,٥$ م/ث   واتجاه الحركه نحو اليسار

(٢) $م = \frac{ع'_٢ - ع'_١}{ع_١ - ع_٢} = \frac{-٧,٥ + ٥}{-١٠ - ٢,٥} = \frac{-٢,٥}{-١٢,٥} = \frac{١}{٥}$

$\because$ $0 < e = \frac{1}{5} < 1$ فإن التصادم غير مرن

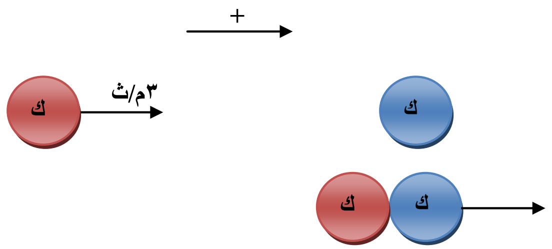
مثال (6)

تتحرك كرة على طاولة البلياردو بسرعه ٣ م/ث، فتصطدم بكرة ثانية ساكنة . فإذا كان للكرتين نفس الكتله ، وسكنت الكرة الأولى بعد تصادمهما معاً .

(١) ما هى سرعة الكرة الثانية ؟

(٢) ما نوع التصادم ؟

الحـل



(١) بفرض أن الاتجاه الموجب نحو اليمين ، ثم بتطبيق قانون حفظ كمية الحركه

$$ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = ك_1 ع'_1 + ك_2 ع'_2$$

$$٣ك + ك(٠) = ك(٠) + ك ع'_2$$

$$٣ \cancel{ك} = \cancel{ك} ع'_2$$

$ع'_2 = ٣$ واتجاهها نحو اليمين

$$(٢)\ e = \frac{ع'_2 - ع'_1}{ع_1 - ع_2}$$

$$e = \frac{٣ - ٠}{٣ - ٠} = ١$$

$\because$ $e = ١$ فإن التصادم مرن

مثال (7)

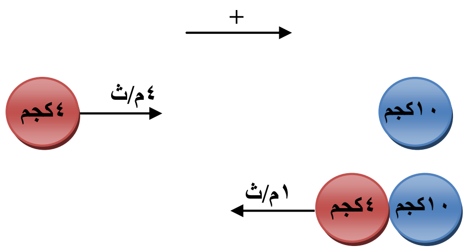
اصطدمت كره كتلتها ٤ كجم تتحرك بسرعه ٤م/ث على منضده عديمة الاحتكاك بكره أخرى ساكنه كتلتها ١٠ كجم فارتدت الأولى بسرعه ١ م/ث بعد التصادم مباشرةً فى نفس مسارها.

أوجد:

(١) سرعة الكرة الثانيه بعد التصادم مباشرة.

(٢)ما نوع التصادم الحادث فى هذه الحاله.

الحـل



(١) بفرض أن الاتجاه الموجب نحو اليمين ، ثم بتطبيق قانون حفظ كمية الحركه

$$\text{ك}_{١}\text{ع}_{١} + \text{ك}_{٢}\text{ع}_{٢} = \text{ك}_{١}\text{ع}'_{١} + \text{ك}_{٢}\text{ع}'_{٢}$$

$$(٤)(٤) + (١٠)(٠) = (٤)(-١) + ١٠\,\text{ع}'_{٢}$$

$$١٦ = -٤ + ١٠\,\text{ع}'_{٢}$$

$$١٠\,\text{ع}'_{٢} = ٢٠$$

$$\text{ع}'_{٢} = \frac{٢٠}{١٠} = ٢ \text{ م/ث}$$ واتجاهها نحو اليمين

$$(٢)\quad \text{ر} = \frac{\text{ع}'_{٢} - \text{ع}'_{١}}{\text{ع}_{١} - \text{ع}_{٢}}$$

$$\text{ر} = \frac{(٢) - (-١)}{(٤) - ٠} = \frac{٣}{٤}$$

$$\because\ ٠ < \text{ر} = \frac{٣}{٤} < ١$$ فإن التصادم غير مرن

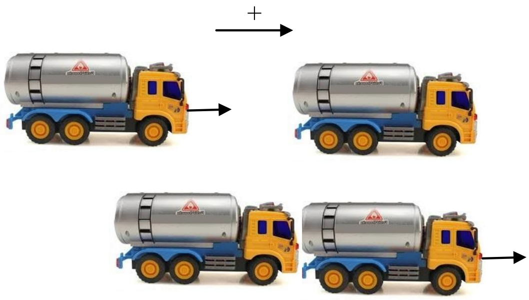
مثال (8)

اصطدمت شاحنتان متساويتان فى الكتله على طريق زلق (تجاهل الاحتكاك) ، وكانت إحدى الشاحنتين ساكنة ، فالتحمت الشاحنتان معاً وتحركتا كجسم واحده بعد التصادم.

(١)ما هى سرعة كل من الشاحنين بعد التصادم ؟

(٢)ما هو نوع التصادم؟

الحـل



(١) بفرض أن الاتجاه الموجب نحو اليمين ، ثم بتطبيق قانون حفظ كمية الحركه

$$ك_{١} ع_{١} + ك_{٢} ع_{٢} = ك_{١} ع'_{١} + ك_{٢} ع'_{٢}$$

$$\cancel{ك} ع_{١} + \cancel{ك}(٠) = \cancel{ك} ع' + \cancel{ك} ع'$$

$$ع_{١} = ٢ع'$$

أى أن سرعة الشاحنه الأولى قبل التصادم تساوى ضعف سرعة الشاحنتين بعد التصادم

$$(٢)\quad ر = \frac{ع'_{٢} - ع'_{١}}{ع_{١} - ع_{٢}}$$

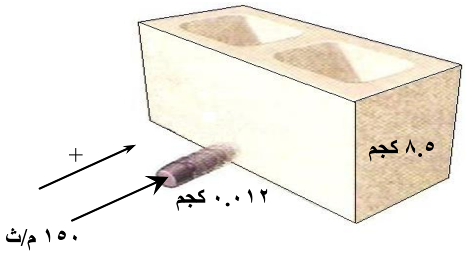
$$ر = \frac{ع' - ع'}{ع_{١} - ٠} = ٠$$

$\because$ ر = ٠ فإن التصادم عديم المرونه

مثال (9)

تحركت رصاصة مطاطية كتلتها ٠.٠١٢ كجم بسرعة متجهة مقدارها ١٥٠ م/ث ، فاصطدمت بحجر أسمنتى ثابت كتلته ٨.٥ كجم موضوع على سطح عديم الاحتكاك ، وارتدت في الاتجاه المعاكس بسرعة متجهة ١٠٠ م/ث . ما السرعة التي سيتحرك بها الحجر بعد التصادم؟

الحـل



(١) بفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الرصاصه ، ثم بتطبيق قانون حفظ كمية الحركه

$$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ ع'_١ + ك_٢ ع'_٢$$

$$(٠,٠١٢)(١٥٠) + (٨,٥)(٠) = (٠,٠١٢)(-١٠٠) + ٨,٥ ع'_٢$$

$$١,٨ = -١,٢ + ٨,٥ ع'_٢$$

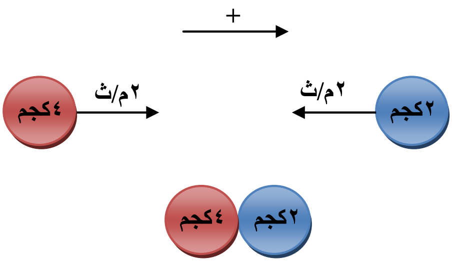
$$ع'_٢ = \frac{١,٨ + ١,٢}{٨,٥} = ٠,٣٥ \text{ م/ث}$$

سرعة الحجر بعد التصادم ٠.٣٥ م/ث

مثال (10)

جسم كتلته ٤ كجم يتحرك بسرعه ٢ م/ث ، اصطدم بجسم آخر كتلته ٢ كجم ويتحرك فى اتجاه معاكس وبنفس السرعه ، فإذا كان معامل الأرتداد بينهما ٠.٢٥ احسب سرعة كل من الجسمين بعد التصادم

الحـل



$$\text{ك}_1\text{ع}_1 + \text{ك}_2\text{ع}_2 = \text{ك}_1\text{ع}'_1 + \text{ك}_2\text{ع}'_2$$

$$(٤)(٢) + (٢)(-٢) = ٤\text{ع}'_1 + ٢\text{ع}'_2$$

$$٢\text{ع}'_1 + \text{ع}'_2 = ٢ \qquad (١)$$

$$\text{م} = \frac{\text{ع}'_2 - \text{ع}'_1}{\text{ع}_1 - \text{ع}_2} = \frac{\text{ع}'_2 - \text{ع}'_1}{(٢) - (-٢)} = \frac{\text{ع}'_2 - \text{ع}'_1}{٤} = \frac{١}{٤}$$

$$\text{ع}'_2 - \text{ع}'_1 = ١ \qquad (٢)$$

بطرح المعادلتين (١) - (٢)

$$٢\text{ع}'_1 + \cancel{\text{ع}'_2} - \cancel{\text{ع}'_2} + \text{ع}'_1 = ٢ - ١$$

$$٣\text{ع}'_1 = ١$$

$$\text{ع}'_1 = \frac{١}{٣} \text{ م/ث}$$

$$\because \text{ع}'_2 = ١ + \text{ع}'_1$$

$$\therefore \text{ع}'_2 = ١ + \frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣} \text{ م/ث}$$

تمارين (١)

(١) تصطدم كرة كتلتها ٠.٨ كجم تسير أفقياً بسرعة ١٢ م/ث بحائط و ترتد عنه بسرعة ٥ م/ث . ما القوة التى أثر بها الحائط على الكرة إذا كان زمن التلامس١.٠ ثانية .

(٢) إذا ضُربت كرة ساكنه بمضرب كتلتها ٠.٠٢ كجم، بقوة مقدارها ١٥٠ نيوتن ، فأصبحت سرعتها ٣٠ م/ث ، فما زمن تلامس الكرة بالمضرب ؟

(٣) ضرب لاعبٌ قرص هوكى مؤثراً فيه بقوة ثابتة مقدارها ٢٠ نيوتن مدة ٠.١ ثانيه. ما مقدار الدفع المؤثر في القرص ؟

(٤) اصطدمت كره كتلتها ١ كجم تتحرك بسرعه مقدارها ٠.٤ م/ث فى بعد واحد بكره أخرى ساكنه كتلتها ٥ كجم. أوجد مقدار واتجاه سرعة كل من الكرتين بعد التصادم إذا كان التصادم مرناً.

(٥) يتحرك جسم كتلته ١.٥ كجم بسرعة ٦ م/ث فيصطدم بآخر كتلته ١ كجم يتحرك بسرعة ٣ م/ث بعكس اتجاه حركة الأول فإذا أصبحت سرعة الأول بعد التصادم مباشرة ٤ م/ث وباتجاهه الأصلي نفسه قبل التصادم وبقي الجسمان يتحركان بعد التصادم على الخط الأصلي نفسه.

(١) احسب سرعة الجسم الثاني بعد التصادم

(٢) احسب معامل الإرتداد بين الجسمين وحدد نوع التصادم

(٦) تتحرك كرة على طاولة البلياردو بسرعه ١ م/ث، فتصطدم بكرة ثانية ساكنة . فإذا كان للكرتين الكتلة نفسها ، وسكنت الكرة الأولى بعد تصادمهما معاً .

(١) ما هى سرعة الكرة الثانية ؟

(٢) ما نوع التصادم ؟

(٧) اصطدمت كره كتلتها ٤ كجم تتحرك بسرعه ٤ م/ث على منضده عديمة الاحتكاك بكره أخرى ساكنه كتلتها ٦ كجم فارتدت الأولى بسرعه ١ م/ث بعد التصادم مباشرةً فى نفس مسارها. أوجد:

(١) سرعة الكرة الثانيه بعد التصادم مباشرةً.

(٢) ما نوع التصادم الحادث فى هذه الحاله.

(٨) جسم كتلته ٢ كجم يتحرك بسرعه ٥ م/ث ، اصطدم بجسم آخر كتلته ١ كجم ويتحرك فى اتجاه معاكس وبنفس السرعه ، فإذا كان معامل الأرتداد بينهما ٠.٣ احسب سرعة كل من الجسمين بعد التصادم

(٩) تحركت رصاصة مطاطية كتلتها ٠.٠٢ كجم بسرعة متجهة مقدارها ١٠٠ م/ث ، فاصطدمت بحجر أسمنتى ثابت كتلته ١٥ كجم موضوع على سطح عديم الاحتكاك ، وارتدت في الاتجاه المعاكس بسرعة متجهة ٨٠ م/ث . ما السرعة التي سيتحرك بها الحجر بعد التصادم؟

الوحدة الثانيه
الحركة الأهتزازيه

مقدمة

يعتبر دراسة الحركات الاهتزازية واحداً من أهم المجالات في علم الميكانيكا لأن الكثير جداً من الأنظمة الميكانيكيه في حياتنا لها خاصية الاهتزاز . ففى جسم الإنسان توجد أعضاء لها حركة اهتزازية مثل القلب ، الأحبال الصوتية ، طبلة الأذن . كما أنها توجد فى الطبيعه ومن أمثلتها موجات الضوء ، موجات الاسلكى ، موجات الإذاعة والتلفزيون . كما أنها تعتبر من ركائز التطبيقات الصناعيه ومن أمثلتها حركة مكبس داخل اسطوانة المحرك.

٢- الحركة الأهتزازية Oscillations

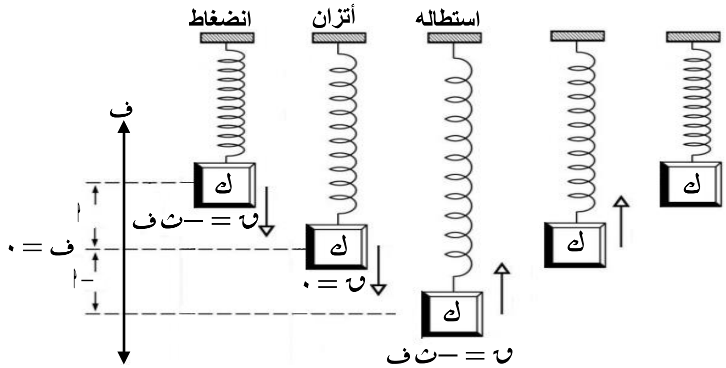
الحركة الأهتزازيه من أكثر الحركات المنتشره فى الطبيعه ولها تطبيقات كثيره فى مجال الصناعة ، فحركة المكبس داخل اسطوانة المحرك من أمثلة الحركه الأهتزازيه، كذلك حركة البندول البسيط ، و حركة الامواج الكهرومغناطيسية مثل أمواج الضوء وأمواج الرادار وأمواج الراديو التى تنتشر من خلال تذبذب مجالها الكهرومغناطيسى، كذلك التيار الكهربى المتردد الذى يتغير بصفة دورية مع الزمن.

٢-١ الحركة الدورية (Periodic motion)

هي الحركة التي تكرر نفسها كل فترة زمنية.

ومن أمثلة الحركه الدوريه حركة الأقمار الصناعيه حول الأرض ، وحركة مكبس المحرك وكذلك حركة البندول البسيط . هناك حالة خاصة من الحركة الدورية تحدث للأنظمة المكيانيكية تكون فيها القوة الميكانيكية تتناسب طرديا مع موضع الجسم بالنسبة لنقطة اتزان ما. اذا كانت هذه القوة دائما في اتجاه نقطة الإتزان فإنه في هذه الحالة تعرف باسم الحركة التوافقيه البسيطه. أى أن القوة والإزاحه تتزايدان معاً وتتناقصان معاً وتنعدمان معاً . وهذا ما سوف نركز الدراسة عليه.

٢-٢ الحركة التوافقية البسيطه (Simple Harmonic Motion)



شكل (٢-١)

من أبسط الأمثلة على الحركة التوافقيه البسيطه هى حركة جسم كتلته "ك" معلق فى نهاية ياى ثابته "ث". عند شد الكتلة وتحركها بعيدا عن موضع الأتزان كما بالشكل (٢-١) يبذل الياى قوة أرجاع وهى دائماً فى عكس اتجاه الحركه تعمل على اعادة الكتله مرة أخرى إلى وضعها السابق، وكلما أقتربت الكتلة من وضع الأتزان تتناقص قوة الأرجاع تدريجيا لأنها تتناسب طردياً

مع الإزاحة حتى تنعدم عند " ف=٠ " ، وعند هذه النقطة يكون الجسم قد اكتسب طاقة حركية فيتعدى موضع الإتزان وعندها تظهر قوة الأرجاع مرة أخرى وتقوم بإبطاء الكتله تدريجيا حتى تنعدم سرعتها وتعود مره أخرى لموضع الأتزان.

٢-٢-١ بعض المصطلحات المستخدمه عند دراسة الحركه التوافقيه البسيطه

- الازاحه : هى بعد الجسم المهتز من نقطة اتزانه فى أى لحظة.
- نقطة الأتزان : هى النقطة التي تكون عندما إزاحة الجسم المهتز مساوية صفر وسرعته أقصى ما يكون.
- الاهتزازة الكاملة:

  الحركة التي يقوم بها الجسم المهتز في الفترة الزمنية بين مروره بنقطة معينة في مسار حركته مرتين متتاليتين باتجاه واحد .
- سعة الاهتزازة (أ) :

  هي اقصى ازاحة للجسم المهتز من موضع سكونه (الأتزان).
- الزمن الدوري (**ن**):

  هو الزمن اللازم لإتمام اهتزازة (دورة) كاملة , و يقاس بالثانيه
- التردد (**ت**):

  هو عدد الاهتزازات الكاملة التي يعملها الجسم المهتز في الثانية الواحدة ,و هو مقلوب الزمن الدوري , و يقاس بالهرتز (الهرتز = ١÷الثانيه)

٢-٢-٢ استنتاج معادلات الحركه التوافقيه البسيطه

ولدراسة الجسم المهتز يجب معرفة موضع وسرعة وعجلة الجسم المهتز عند كل لحظة.
حيث أن قوة الأرجاع للياى (**ق**) تتناسب طردياً مع البعد عن نقطة الأتزان (**ف**) فإن

ق $\propto$ **ف**

ومنه نستنتج قانون هوك على الصورة

ق = —**ثف** (١)

والاشاره الساليه لأن اليای يؤثر على الجسم بقوة معاكسه لاتجاه حركته ، حيث "**ث**" ثابت التناسب ويسمى ثابت اليای . ومن قانون نيوتن الثانى نستنتج أن

ق =**ك جـ** (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن **ك جـ** = —**ثف**

$$\text{ج} = -\frac{\text{ث}}{\text{ك}}\,\text{ف}$$

من العلاقه السابقه يتضح أن العجلة ليست ثابته بل تتغير بتغير البعد عن موضع الأتزان ولذلك سيكون من الخطأ تطبيق قوانيين الحركة بعجلة منتظمة. ويمكن كتابة المعادله السابقه على الصوره

$$\frac{\text{د}^{٢}\text{ف}}{\text{د}\text{ن}^{٢}} + \frac{\text{ث}}{\text{ك}}\,\text{ف} = ٠ \qquad (٣)$$

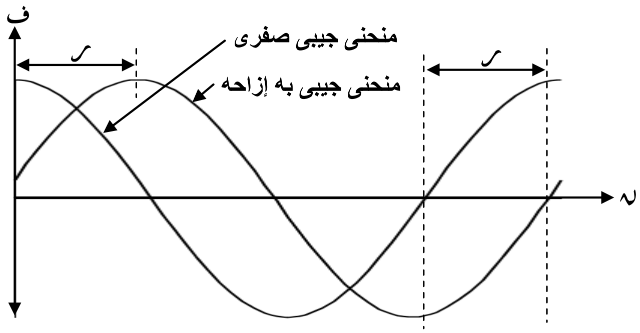
بوضع $\text{ع}_{\text{ر}} = \sqrt{\frac{\text{ث}}{\text{ك}}}$ لإنه يمثل السرعه الزاويه وتكون المعادله (٣) على الصوره

$$\frac{\text{د}^{٢}\text{ف}}{\text{د}\text{ن}^{٢}} + \text{ع}_{\text{ر}}^{٢}\,\text{ف} = ٠$$

وهذه المعادله تسمى معادلة تفاضلية من الدرجه الثانيه وحلها على الصورة

$$\text{ف} = \text{أ}\,\text{جتا}\left(\text{ع}_{\text{ر}}\,\text{ن} + \text{ى}\right) \qquad (٤)$$

وتسمى المعادله السابقه معادلة الحركه التوافقيه البسيطه ، كما تسمى "ى" بالطور الأبتدائى ويسمى المقدار "$\text{ع}_{\text{ر}}\,\text{ن} + \text{ى}$" بالطور اللحظى ، ويمكن تمثيل معادلة الحركه التوافقيه البسيطه بيانياً كما هو موضح بالشكل (٢-٢)



شكل (٢-٢)

- المنحنى الجيبى الصفرى : هو المنحنى الذى يمثل الحركه التوافقيه البسيطه عندما نرصد الحركه ويكون الجسم عند أقصى إزاحه موجبه ($\text{ى} = ٠$).

- المنحنى الجيبى ذو الازاحه : هو المنحنى الذى يمثل الحركه التوافقيه البسيطه عندما نرصد الحركه ويكون الجسم غير متواجد عند أقصى إزاحه موجبه (ر لها قيمه).
- الطور الأبتدائى (ر) : ثابت الطور وهو قيمة إزاحة المنحنى الجيبى للموجه عن المنحنى الجيبى الصفرى ، ويقاس بالزاويه النصف قطريه.

ويمكن معرفة سرعة الجسم المهتز فى أى لحظه بإشتقاق معادلة الموضع $\text{ف} = \text{أ جتا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{ن} + \text{ر}\right)$ بالنسبة للزمن

$$\because \text{ع} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}}$$

$$\therefore \text{ع} = -\text{أ}\,\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{جا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{ن} + \text{ر}\right)$$

وحيث أن $\text{ع}_{\text{م}} = \text{أ}\,\text{ع}_{\text{ز}}$ تمثل أقصى سرعه فإن

$$\therefore \text{ع} = -\text{ع}_{\text{م}}\,\text{جا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{ن} + \text{ر}\right)$$

وعند إشتقاق معادلة السرعه بالنسبه للزمن نحصل على معادلة العجلة فى أى لحظة

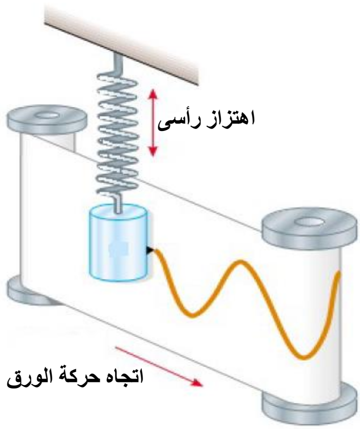
$$\because \text{جـ} = \frac{\text{دع}}{\text{دن}}$$

$$\therefore \text{جـ} = -\text{أ}\,\text{ع}_{\text{ز}}^{2}\,\text{جتا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{ن} + \text{ر}\right)$$

وحيث أن $\text{جـ}_{\text{م}} = \text{أ}\,\text{ع}_{\text{ز}}^{2}$ تمثل أقصى عجله فإن

$$\therefore \text{جـ} = -\text{جـ}_{\text{م}}\,\text{جتا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{ن} + \text{ر}\right)$$

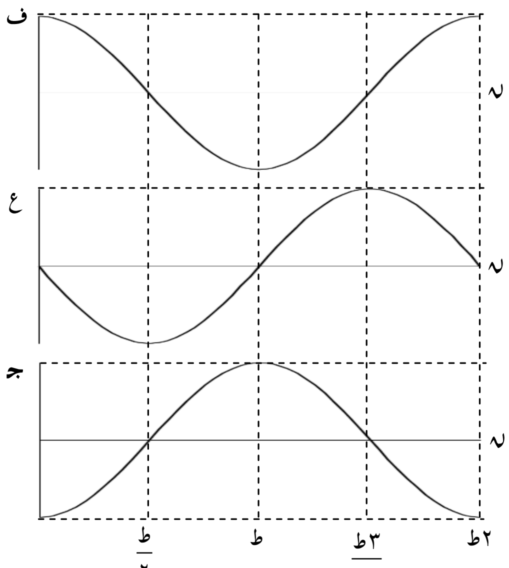
٢-٢-٣ تجربه توضح المنحنى الجيبى للحركه التوافقيه البسيطه



شكل (٢-٣)

عند شد جسم كتلتـه "ك" متصـل بيـاى ليتذبذب رأسياً ومثبت علـى الجسم قلم كمـا هو موضـح بالشكل (٢-٣) ، تذبذب الجسم بمحاذاة ورقه تتحرك عمودياً على اتجاه التذبذب فإن القلم سوف يرسم منحنى جيبى يمثل معادله الموضع للحركه التوافقيه البسيطه " $ف = ا\,جتا\left(ع_{ر}\,ن + ر\right)$ ".

٢-٣ العلاقه بين منحنيات الموضع والسرعة والعجله للجسم المهتز بالنسبه للزمن



شكل (٢-٤)

الشكل (٢-٤) يوضح منحنيات الموضع والسرعة والعجله مع الزمن ونستنتج منها الآتى :

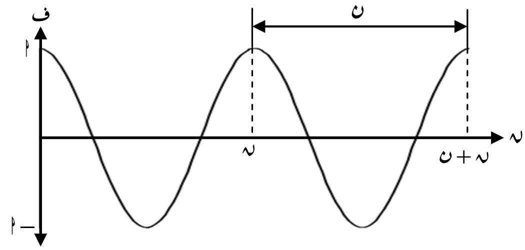
١- طور السرعة يختلف عن طور الموضع بمقدار $\frac{\text{ط}}{٢}$ زاويه نصف قطريه "٩٠°". فعندما يكون موضع الجسم المهتز عند أقصى قيمه فإن السرعة تساوى صفر . وعندما يكون موضع الجسم المهتز عند موضع الأتزان فإن السرعة تكون أقصى ما يمكن .

٢- طور العجله يختلف عن طور الموضع بمقدار **ط** زاويه نصف قطريه "١٨٠°". فعندما يكون الموضع عند أقصى قيمه فإن العجله أقصى ما يمكن ولكن فى الاتجاه المعاكس. وعندما يكون موضع الجسم المهتز عند موضع الأتزان فإن العجله تساوى صفر .

٣- عندما يكون الجسم أبعد ما يكون عن وضع الأتزان $\text{ف} = \pm \text{أ}$ فإن $\text{ع} = ٠$ والعجلة أكبر ما يمكن $\text{ج}_{\text{م}} = \mp \text{أ} \text{ع}_{\text{ز}}^{٢}$ أى أن القوة المؤثرة على الجسم أكبر ما يمكن وتحاول أرجاع الجسم فى عكس الأتجاه.

٤- عند وضع الأتزان $\text{ف} = ٠$ فإن السرعة أكبر ما يمكن $\text{ع}_{\text{م}} = \mp \text{أ} \text{ع}_{\text{ز}}$ والعجلة مساوية للصفر أى أن القوة المؤثرة على الجسم مساوية للصفر.

٢-٤ الصيغه الرياضيه للزمن الدورى والتردد المصاحب للحركه التوافقيه البسيطه



شكل (٢-٥)

إذا كان الجسم عند الموضع "ف" فى اللحظة "ز" فسيعود لنفس الموضع بنفس السرعة ونفس الأتجاه بعد زمن دورى واحد "ن" كما هو موضح بالشكل (٢-٥) ، أى أن

$$\text{ف}(\text{ز}) = \text{ف}(\text{ز} + \text{ن})$$

بالتعويض فى المعادله (٤) ينتج أن

$$\text{أ}\,\text{جتا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,\text{ز} + \text{ر}\right) = \text{أ}\,\text{جتا}\left(\text{ع}_{\text{ز}}\,(\text{ز} + \text{ن}) + \text{ر}\right)$$

وهذه العلاقة لا تتحقق إلا إذا كان $ع_ر ن = ٢ط$

$$\therefore ع_ر = \frac{٢ط}{ن} \qquad (٥)$$

$$\because ع_ر = \sqrt{\frac{ث}{ك}} \qquad (٦)$$

من المعادلتين (٥) ، (٦) نستنتج الزمن الدورى على الصوره

$$ن = ٢ط \sqrt{\frac{ك}{ث}} \qquad (٧)$$

ومن تعريف المصطلحات (٢-٢-١) يتضح لنا أن التردد هو المعكوس الضربى للزمن الدورى

$$\because ت = \frac{١}{ن} \qquad (٨)$$

أى أن $ع_ر = ٢ط ت$

من المعادلتين (٧) ، (٨) نستنتج التردد على الصوره

$$ت = \frac{١}{٢ط} \sqrt{\frac{ث}{ك}} \qquad (٩)$$

مثال (1)

موضع جسيم فى الحركة التوافقية البسيطة يتحدد فى اى لحظة بالمعادلة $ف = ٣ جتا ٢ن$

أوجد اكبر سرعة وأكبر عجله، حيث أن المسافه مقاسه بالمتر والزمن بالثانيه.

الحل

$$ع = \frac{ءف}{ءن} = -٦ جا ٢ن$$

بمقارنة المعادله السابقه بالصوره العامه لمعادلة السرعه " $ع = -ع_م جا(ع_ر ن + ر)$"

نلاحظ أن أقصى سرعه $ع_م = ٦$ م/ث

$$جـ = \frac{ءع}{ءن} = -١٢ جتا ٢ن$$

بمقارنه المعادله السابقه مع الصوره العامه لمعادلة العجله "$ج = -ج_م$ جتا$(ع_ر ن + ر)$"

نلاحظ أن أقصى عجله $ج_م = ١٢$ م/ث^٢

مثال (2)

جسم يتذبذب بحركة توافقية بسيطة على محور (ف) ، موقعه يتغير مع الزمن طبقا للمعادلة

$ف = ٤$ جتا$\left(ط ن + \frac{ط}{٤}\right)$ ، حيث المتر وحدة المسافه والثانيه وحدة الزمن.

(١) احسب السرعة والعجلة للجسم عند أى زمن (ن)

(٢) أوجد الموضع والسرعة والعجلة للجسم عند الزمن $ن = ١$ ثانيه

(٣) احسب القيمه القصوى للسرعه والعجله

الحـل

(١) للحصول على السرعه نشتق "ف" بالنسبه للزمن "ن"

$$\because ف = ٤ \text{جتا}\left(ط ن + \frac{ط}{٤}\right)$$

$$\therefore ع = \frac{ءف}{ءن} = -٤ط \text{ جا}\left(ط ن + \frac{ط}{٤}\right)$$

وللحصول على العجله نشتق " ع" بالنسبه للزمن "ن"

$$\therefore ج = \frac{ءع}{ءن} = -٤ط^٢ \text{ جتا}\left(ط ن + \frac{ط}{٤}\right)$$

(٢) عند $ن = ١$

$$ف = ٤ \text{جتا}\left(ط(١) + \frac{ط}{٤}\right) = ٤ \text{جتا}\left(٢٢٥^\circ\right) = -٢\sqrt{٢}$$

$$ع = -٤ط \text{ جا}\left(ط(١) + \frac{ط}{٤}\right) = -٤ط \text{ جا}\left(٢٢٥^\circ\right) = ٢\sqrt{٢} ط$$

$$ج = -٤ط^٢ \text{ جتا}\left(ط(١) + \frac{ط}{٤}\right) = -٤ط^٢ \text{ جتا}\left(٢٢٥^\circ\right) = ٢\sqrt{٢} ط^٢$$

(٣) بمقارنة المعادلات السابقه مع الصوره العامه لكل من معادلتى السرعه والعجله نلاحظ أن

القيمه القصوى للسرعه $= ٤ ط$

القيمه القصوى للعجله $= ٤ ط^{٢}$

مثال (3)

موضع جسم يعطى بالعلاقه $ف = ٤ جتا(٣ط ن + ط)$ ، حيث (ف) بالمتر و(ن) بالثانيه.

أوجد (١) التردد والزمن الدورى للحركه.

(٢) سعة الحركه ، ثابت الطور.

(٣) موضع الجسم عند الزمن $ن = \frac{١}{٢}$ ثانيه.

الحـل

(١) بالمقارنه مع الصوره العامه لمعادلة الموضع نلاحظ أن $ع_{ر} = ٣ ط$

$$\because ت = \frac{ع_{ر}}{٢ ط}$$

$$\therefore ت = \frac{٣ ط}{٢ ط} = \frac{٣}{٢} \text{ هرتز}$$

$$\because ن = \frac{١}{ت}$$

$$\therefore ن = \frac{٢}{٣} \text{ ثانيه}$$

(٢) بالمقارنه مع الصوره العامه لمعادلة الموضع نلاحظ أن سعة الحركه $أ = ٤$ متر، وثابت الطور $ى = ط$ زاويه نصف قطريه

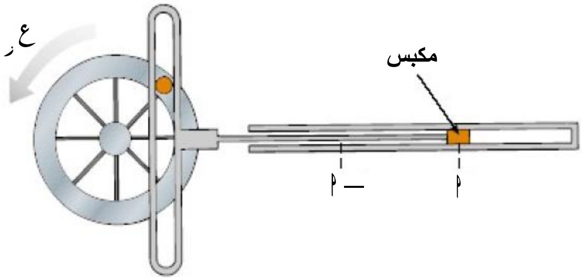
(٣) $\because ف = ٤ جتا(٣ط ن + ط)$

$$\therefore ف = ٤ جتا\left(٣ط \times \frac{١}{٢} + ط\right) = ٤ جتا(٤٥٠^{\circ}) = ٠$$

أى أن الجسم عند وضع الأتزان

مثال (4)

مكبس محرك بسيط يتحرك حركه توافقيه بسيطه. إذا كانت أقصى إزاحه لحركة المكبس من نقطة المركز هى $\pm$ ٥سم ، أوجد أقصى سرعه وأقصى عجله للمكبس عندما يتحرك بمعدل ٣٦٠٠ دوره/الدقيقه.



الحـل

$\because$ دورة / دقيقة $= \frac{٢ط}{٦٠} = \frac{ط}{٣٠}$ زاويه نصف قطريه/ثانيه

$ع_ر = ٣٦٠٠ \times \frac{ط}{٣٠} = ١٢٠ط$ زاويه نصف قطريه/ثانيه

نحسب أقصى سرعه من العلاقه $ع_{ن} = م ع_ر$

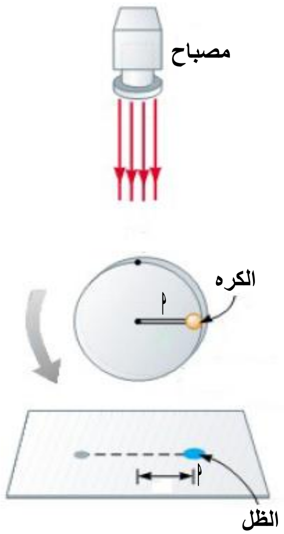
$\therefore ع = ٥ \times ١٢٠ط = ٦٠٠ط$ سم/ث

نحسب أقصى عجله من العلاقه $جـ_{ن} = م ع_ر^٢$

$\therefore جـ_{ن} = ٥ \times (١٢٠ط)^٢ = ٧٢٠٠٠ط^٢$ سم/ث^٢

٢-٥ العلاقه بين الحركه التوافقيه البسيطه والحركه الدائريه

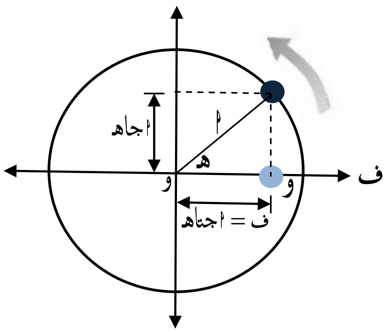
لتقريب فكرة العلاقه بين الحركه التوافقية البسيطه والحركه الدائريه نقوم بعمل التجربه التاليه



شكل (٢-٣)

فى الشكل (٢-٣) يتضح أن كره متصله بذراع طول نصف قطره "م" يدور رأسياً بانتظام ، ويسقط على مستوى الدوران الأفقى شعاع ضوئى يصدر من مصباح . نستقبل ظل الكره على شاشه. وبحركة الكره الدائريه بسرعه زاويه منتظمه نشاهد ظلها يتحرك حركة توافقيه بسيطه على الشاشه.

ويمكن تمثيل حركة الكره وظلها بالشكل (٢-٤)



شكل (٢-٤)

باعتبار الكره عند النقطه "ب" على محيط دائره نصف قطرها "$ا$" . والخط "$\overline{وب}$" يصنع زاويه "$ر$" بالنسبه لمحور "$\overleftrightarrow{ف}$" عند الزمن "$ن = ٠$". إذا كانت الكره تتحرك على محيط الدائره بسرعه زاويه "$ع_ر$" حتى تصنع "$\overline{وب}$" زاويه مقدارها "$هـ$" مع المحور "$\overleftrightarrow{ف}$". الزاويه بين الخط "$\overline{وب}$" والمحور "$\overleftrightarrow{ف}$" هى "$هـ = ع_ر ن + ر$"، وباستمرار حركة الكره على محيط الدائره فإن حركة ظلها "و" على محور "$\overleftrightarrow{ف}$" تمثل حركه توافقيه بسيطه حيث يتحرك الظل للأمام وللخلف بين النقطتين "$ف = \pm ا$ ".

بتحليل طول القطعة المستقيمه $\overline{وب}$ حيث تميل على الأفقى بزاويه "$هـ$" ، فإن المركبه الأفقيه تمثل موضع الحركه التوافقيه البسيطه للظل على المستوى الأفقى

$$\therefore \quad ف = ا جتا\left(ع_ر ن + ر\right)$$

وبذلك نستنتج أن الحركة التوافقية البسيطة على خط مستقيم ممكن أن نمثلها بمسقط نقطة تتحرك على مسار دائري بسرعة منتظمه.

٢-٦ الطاقة للحركة التوافقية البسيطه

عندما يتصل جسم بياى ثابته "ث" ويهتز صانعاً مسافه "ف" عن وضع الأتزان فإن طاقة وضعه وطاقة حركته تتضح من العلاقتين

$$طاقة\ الوضع = \frac{١}{٢} ث\, ف^{٢}$$

$$\because\ ث = ك ع_ر^{٢}$$

$$طاقة\ الوضع = \frac{١}{٢} ك ع_ر^{٢} ف^{٢}$$

$$طاقة\ الحركة = \frac{١}{٢} ك ع^{٢}$$

بوضع $ف = ا جتا\left(ع_ر ن + ر\right)$ ، $ع = -ا ع_ر جا\left(ع_ر ن + ر\right)$ بالمعادلتين السابقتين ينتج أن

$$طاقة\ الوضع = \frac{١}{٢} ث ا^{٢} جتا^{٢}\left(ع_ر ن + ر\right)$$

طاقة الحركة $= \frac{1}{2}$ ك م^{2} ع$_{ز}^{2}$ جا^{2} (ع$_{ز}$ ن + ر) ، وحيث أن ت = ك ع$_{ز}^{2}$ فإن

طاقة الحركة $= \frac{1}{2}$ ت م^{2} جا^{2} (ع$_{ز}$ ن + ر)

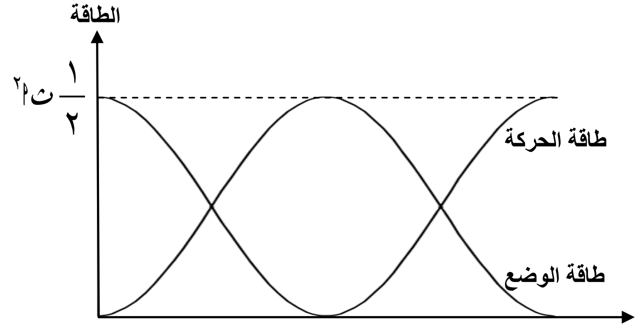
∵ الطاقة الميكانيكية = طاقة الوضع + طاقة الحركة

الطاقة الميكانيكية $= \frac{1}{2}$ ت م^{2} جتا^{2} (ع$_{ز}$ ن + ر) + $\frac{1}{2}$ ت م^{2} جا^{2} (ع$_{ز}$ ن + ر)

الطاقة الميكانيكية $= \frac{1}{2}$ ت م^{2} (جتا^{2} (ع$_{ز}$ ن + ر) + جا^{2} (ع$_{ز}$ ن + ر))

الطاقة الميكانيكية $= \frac{1}{2}$ ت م^{2}

ويتضح من المعادله السابقه أن الطاقه الميكانيكيه ستكون ثابته أثناء الحركة التوافقيه البسيطه ، وبمقارنة المعادله السابقه بالمعادله التى تمثل طاقة الوضع وطاقة الحركه نستنتج أن الطاقه الميكانيكيه تساوى طاقة الوضع القصوى المختزنة فى الياى أو طاقة الحركة القصوى لأن وصول إحداهما للقيمه القصوى يقابله تلاشى الأخرى كما هو موضح بالشكل (٢-٥).



شكل (٢-٥)

ويمكننا استخدام مبدأ الطاقه لتعيين سرعة الجسم عند أى موضع

الطاقة الميكانيكية = طاقة الوضع + طاقة الحركة

$\frac{1}{2}$ ت م^{2} $= \frac{1}{2}$ ت ف^{2} + $\frac{1}{2}$ ك ع^{2}

$$\text{ع} = \pm \sqrt{\frac{\text{ث}}{\text{ك}}\left(\text{أ}^{2} - \text{ف}^{2}\right)} = \pm\, \text{ع}_{\text{ز}} \sqrt{\text{أ}^{2} - \text{ف}^{2}}$$

$$\text{ع} = \pm\, \text{ع}_{\text{ز}} \sqrt{\text{أ}^{2} - \text{ف}^{2}}$$

والمعادله السابقه تحدد سرعة الجسم المهتز بدلالة موضعه ، وعند النظر لهذه المعادله نرى أن أن سرعة الجسم تساوى صفر عند "ف = ± أ" ، وتصل السرعه للقيمه القصوى عند وضع الأتزان "ف = ٠".

مثال (5)

كتلة مقدارها ١كجم معلقة بياى تتحرك حركة توافقية بسيطة وتتغير إزاحتها حسب المعادلة ف = ٢٠ جا(١٠ ن)، حيث تُقاس المسافه بالمتر والزمن بالثانية .

أوجد ١ـ إزاحة الكتلة وسرعتها وعجلتها عند زمن قدره ن = ٠,٤ ثانية.

٢ـ طاقة الوضع و طاقة الحركة و الطاقة الكلية عند هذه الإزاحة.

الحــل

(١) $\because$ ف = ٢٠ جا(١٠ ن)

$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} = ٢٠ \times ١٠ \,\text{جتا}(١٠\,\text{ن}) = ٢٠٠ \,\text{جتا}(١٠\,\text{ن})$$

$$\therefore \text{جـ} = \frac{\text{دع}}{\text{دن}} = -٢٠٠ \times ١٠ \,\text{جا}(١٠\,\text{ن}) = -٢٠٠٠ \,\text{جا}(١٠\,\text{ن})$$

بالتعويض بالزمن ن = ٠,٤ ثانية

$\because$ ف = ٢٠ جا(١٠ × ٠,٤) = ١,٤ متر

$\therefore$ ع = ٢٠٠ جتا(١٠ × ٠,٤) = ١٩٩,٥ م/ث

$\therefore$ جـ = −٢٠٠٠ جا(١٠ × ٠,٤) = −١٣٩,٥ م/ث^{٢}

(٢) يمكن كتابة معادلة الموضع على الصوره

$$\text{ف} = ٢٠ \,\text{جا}(١٠\,\text{ن}) = -٢٠ \,\text{جتا}\left(١٠\,\text{ن} + \frac{\text{ط}}{٢}\right)$$

عند مقارنة المعادله السابقه بالمعادله العامه للموضع نستنتج أن

$ع_ر = ١٠$ زص ق/ث وبذلك فإن

$$طاقة\ الوضع = \frac{١}{٢} ك ع_ر^٢ ف^٢$$

$$طاقة\ الوضع = \frac{١}{٢} \times ١ \times (١٠)^٢ \times (١,٤)^٢ = ٩٨\ جول$$

$$طاقة\ الحركة = \frac{١}{٢} ك ع^٢$$

$$طاقة\ الحركة = \frac{١}{٢} \times ١ \times (١٩٩,٥)^٢ = ١٩٩٠٠,١\ جول$$

$$الطاقة\ الكلية = ٩٨ + ١٩٩٠٠,١ = ١٩٩٩٨,١\ جول$$

مثال (6)

مكبس محرك بسيط كتلته ٠,٥ كجم يتحرك حركه توافقيه بسيطه. إذا كانت أقصى إزاحه لحركة المكبس من نقطة المركز هى ٠,٠٦ متر ، ويتحرك بمعدل ٣٠٠ دوره/الدقيقه.

١- ما هي سرعة المكبس عندما يكون على بعد ٠,٠٢ متر

٢- احسب كلا من طاقة الحركة وطاقة الوضع عندما تكون على بعد ٠,٠٢ متر.

الحـل

(١) $ع_ر = ٣٠٠ \times \frac{ط}{٣٠} = ١٠ ط$ زاويه نصف قطريه/ثانيه

$$\therefore ع = ع_ر \sqrt{أ^٢ - ف^٢}$$

$$ع = ١٠ ط \times \sqrt{(٠,٠٦)^٢ - (٠,٠٢)^٢} = ١,٨\ متر/ث$$

(٢) $طاقة\ الحركة = \frac{١}{٢} ك ع^٢ = \frac{١}{٢} \times ٠,٥ \times (١,٨)^٢ = ٠,٨١\ جول$

$$طاقة\ الوضع = \frac{١}{٢} ك ع_ر^٢ ف^٢ = \frac{١}{٢} \times ٠,٥ \times (١٠ ط)^٢ \times (٠,٠٢)^٢ = ٠,٠٩٩\ جول$$

تمارين (٢)

(١) موضع جسيم فى الحركة التوافقية البسيطة يتحدد فى اى لحظة بالمعادلة ف = ٥ جتا٣ن أوجد اكبر سرعة وأكبر عجله، حيث أن المسافه مقاسه بالمتر والزمن بالثانيه.

(٢) مكبس محرك بسيط يتحرك حركه توافقيه بسيطه. إذا كانت أقصى إزاحه لحركة المكبس من نقطة المركز هى ± ٦سم ، أوجد أقصى سرعه وأقصى عجله للمكبس عندما يتحرك بمعدل ٣٠٠٠ دوره/الدقيقه.

(٣) جسم يتذبذب بحركة توافقية بسيطة على محور (ف) ، موقعه يتغير مع الزمن طبقا للمعادلة

$$\text{ف} = ٢\,\text{جتا}\left(٤\text{ن} + \frac{\text{ط}}{٢}\right)$$

، حيث المتر وحدة المسافه والثانيه وحدة الزمن.

(١) احسب السرعة والعجلة للجسم عند أي زمن (ن)

(٢) أوجد الموضع والسرعة والعجلة للجسم عند الزمن ن =١.٥ ثانيه

(٣) احسب القيمه القصوى للسرعه والعجله

(٤) اصطدمت عربة قطار كتلتها ١٥٠٠كجم عند نهاية خط سيرها حتى يتمكن السائق من إيقاف حركتها تماماً بياى مثبت فى جدار ثابته ٦×١٠° نيوتن/متر وينضغط مسافه ٠.٠٦ متر لتتوقف العربه. ما هى سرعة وعجلة السياره قبل الأصطدام ، بفرض عدم وجود فقد فى الطاقه نتيجة الأصطدام.

(٥) يعلق جسم كتلته ٠.٥ كجم بياى ثابته ٢٠٠ نيوتن/ متر ويُترك ليهتز بشكل حر ، أوجد سرعته الزاوية والتردد

(٦) موضع جسم يعطى بالعلاقه

$$\text{ف} = ٢\,\text{جتا}\left(\text{ط}\,\text{ن} + \frac{\text{ط}}{٤}\right)$$

، حيث (ف) بالمتر و(ن) بالثوانى. أوجد

(١) التردد والزمن الدورى للحركه.

(٢) سعة الحركه ، ثابت الطور.

(٣) موضع الجسم عند الزمن ن = ٠,٢٥ ثانيه.

(٧) كتلة مقدارها ٠.٥ كجم معلقة بياى تتحرك حركة توافقية بسيطة وتتغير إزاحتها حسب المعادلة ف = ١٠ جا(٦ ن)، حيث تُقاس المسافه بالسم والزمن بالثانية .أوجد

١- إزاحة الكتلة وسرعتها وعجلتها عند زمن قدره ن = ٠,٨ ثانية.

٢- طاقة الوضع و طاقة الحركة و الطاقة الكلية عند هذه الإزاحة.

(٨) مكبس محرك بسيط كتلته ٠,٥ كجم يتحرك حركه توافقيه بسيطه. إذا كانت أقصى إزاحه لحركة المكبس من نقطة المركز هى ٥ سم ، ويتحرك بمعدل ٦٠٠ دوره/الدقيقه.

٢- ما هي سرعة المكبس عندما يكون على بعد ٣ سم.

٣- احسب كلا من طاقة الحركة وطاقة الوضع عندما تكون على بعد ٣ سم.

(٩) جسم كتلته ٠.٠٢ متصل بياى يتذبذب على سطح أفقي عديم الاحتكاك ثابت هوك له ١٠ نيوتن/متر. احسب الطاقة الكلية للنظام وأقصى سرعة للجسم إذا كانت سعة الحركة ٠,٢ متر

الوحدة الثالثة
نقل الحركه

٣-١ طرق نقل الحركه

٣-٢ السرعه المحيطيه ونقل الحركه

مقدمة

تعتبر طرق نقل الحركه مثل استخدام الطارات والسيور والتروس والجريده من أقدم الطرق ، كما إنها من أهم النظم المستخدمة في المؤسسات الصناعية المختلفة ، ويلاحظ ذلك واضحاً فى آلات الإنتاج والماكينات والآليات ومعدات النقل كالسيارات والجرارات والآلات الزراعية والأجهزة المنزلية وغيرها.

٣- نقل الحركة

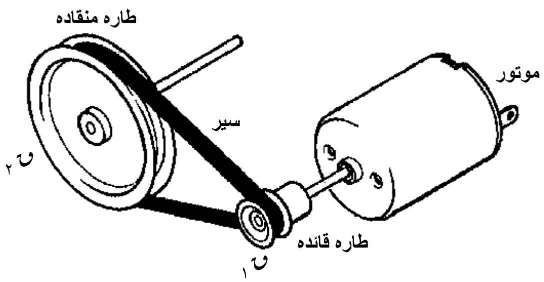
٣-١ طرق نقل الحركه

يحدث النقل للحركه عن طريق نقل الحركه الدورانيه من عمود قائد لعمود منقاد. ومن هذه الطرق :

٣-١-١ نقل الحركة بالطارات والسيور

(أ) المجموعة البسيطه

تتكون المجموعه البسيطه من طارتين مثبتتين على عمودين متباعدتين و يصل بينهما سير لنقل الحركة ، وعندما تدور الطاره القائده والتى قطرها "$\text{ق}_{١}$" ليكون عدد لفاتها "$\text{ن}_{١}$" فتدفع السير للحركه نتيجة الأحتكاك ليؤثر على الطاره الثانيه والتى قطرها "$\text{ق}_{٢}$" وتعمل على دورانها فتصنع عدد لفات "$\text{ن}_{٢}$" كما هو موضح بالشكل (٣-١).



شكل (٣-١)

∵ السرعة المحيطيه للطاره (ع) = محيط دائرة الطاره × عدد لفاته

∴ $\text{ع} = \text{ط ق ن}$

حيث أن "ق" قطر الطاره و"ن" عدد لفاتها ، ونظراً لأن الطارتين متصلتين بسير لنقل الحركه فإن

السرعة المحيطيه للطارة الأولى القائده = السرعة المحيطيه للطارة الثانيه المنقادة

∴ $\text{ط ق}_{١}\text{ن}_{١} = \text{ط ق}_{٢}\text{ن}_{٢}$

نسبة السرعة = $\frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٢}} = \frac{\text{ق}_{٢}}{\text{ق}_{١}}$

∴ $\frac{\text{عدد لفات الطارة القائده}}{\text{عدد لفات الطارة المنقاده}} = \frac{\text{قطر الطارة المنقادة}}{\text{قطر الطارة القائدة}}$

مثال (1)

مجموعة بسيطة تتكون من طارتين قطر الطارة القائدة ٦٠ سم و تدور بمعدل ٢٠٠ لفة / دقيقه وقطر الطارة المنقادة ٨٠ سم . فما هو عدد لفات الطارة المنقادة

الحــل

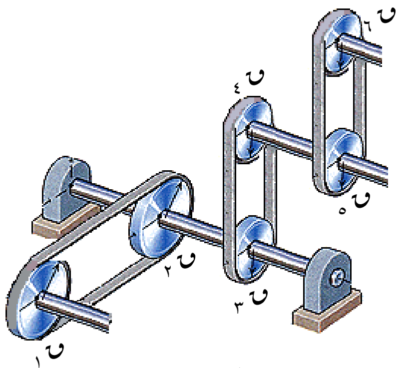
$$\therefore \frac{\text{عدد لفات الطارة القائده}}{\text{عدد لفات الطارة المنقاده}} = \frac{\text{قطر الطارة المنقادة}}{\text{قطر الطارة القائدة}}$$

$$\frac{٢٠٠}{ن_{٢}} = \frac{٨٠}{٦٠}$$

$$ن_{٢} = \frac{٢٠٠ \times ٦٠}{٨٠} = ١٥٠ \text{ لفة / دقيقة}$$

(ب) المجموعة المركبة

تتكون من مجموعتين بسيطتين أو أكثر كما هو موضح بالشكل (٣-٢) ، وأقطار الطارات القائدة $ق_{١}$، $ق_{٣}$، $ق_{٥}$ وعدد لفاتها على الترتيب $ن_{١}$ ، $ن_{٣}$، $ن_{٥}$، وأقطار الطارات المنقاده $ق_{٢}$ ، $ق_{٤}$، $ق_{٦}$ وعدد لفاتها على الترتيب $ن_{٢}$ ، $ن_{٤}$، $ن_{٦}$.



شكل (٣-٢)

وتكون نسبة السرعه لكل مجموعه بسيطه على حدى على الصوره

$$\because \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٢}} = \frac{\text{ق}_{٢}}{\text{ق}_{١}}$$

$$\because \frac{\text{ن}_{٣}}{\text{ن}_{٤}} = \frac{\text{ق}_{٤}}{\text{ق}_{٣}}$$

$$\because \frac{\text{ن}_{٥}}{\text{ن}_{٦}} = \frac{\text{ق}_{٦}}{\text{ق}_{٥}}$$

مع الأخذ فى الاعتبار أن $\text{ن}_{٢} = \text{ن}_{٣}$ ، $\text{ن}_{٤} = \text{ن}_{٥}$

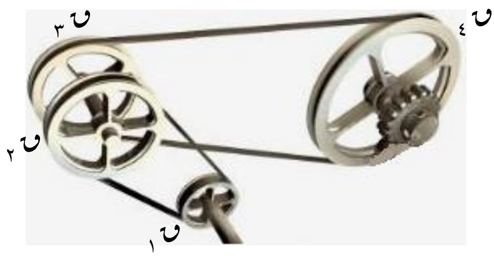
$$\therefore \frac{\text{ن}_{١} \times \cancel{\text{ن}_{٣}} \times \cancel{\text{ن}_{٥}}}{\cancel{\text{ن}_{٢}} \times \cancel{\text{ن}_{٤}} \times \text{ن}_{٦}} = \frac{\text{ق}_{٢} \times \text{ق}_{٤} \times \text{ق}_{٦}}{\text{ق}_{١} \times \text{ق}_{٣} \times \text{ق}_{٥}}$$

$$\therefore \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٦}} = \frac{\text{ق}_{٢} \times \text{ق}_{٤} \times \text{ق}_{٦}}{\text{ق}_{١} \times \text{ق}_{٣} \times \text{ق}_{٥}}$$

$$\therefore \frac{\text{عدد لفات الطارة الأولى}}{\text{عدد لفات الطارة الأخيرة}} = \frac{\text{حاصل ضرب أقطار الطارات المنقادة}}{\text{حاصل ضرب أقطار الطارات القائدة}}$$

مثال (2)

مجموعة مركبة مكونة من أربع طارات أقطارها على الترتيب ٢٠ ، ٣٥ ، ٢٥ ، ٦٠ سم . كم عدد لفات الطارة الأولى إذا كانت الطارة الأخيرة تدور بمعدل ١٠٠ لفة / دقيقة.



الحـل

$$\because \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٤}} = \frac{\text{ق}_{٢} \times \text{ق}_{٤}}{\text{ق}_{١} \times \text{ق}_{٣}}$$

$$\therefore \frac{\text{ن}_{١}}{١٠٠} = \frac{٣٥\times ٦٠}{٢٠\times ٢٥}$$

$$\therefore \text{ن}_{١} = \frac{٣٥\times ٦٠\times ١٠٠}{٢٠\times ٢٥}$$

$\therefore \text{ن}_{١} = ٤٢٠$ لفه/دقيقه

مثال (3)

مجموعة مركبة مكونة من ستة طارات أقطارها على الترتيب ٤٠ ، ٥٠ ، ٣٠ ، ٧٥ ، ١٥ ، ٤٥سم . كم عدد لفات الطارة الأولى إذا كانت الطارة الأخيرة تدور بمعدل ٦٤ لفة / دقيقة.

الحل

$$\therefore \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٦}} = \frac{\text{ن}_{٢}\times \text{ن}_{٤}\times \text{ن}_{٦}}{\text{ن}_{١}\times \text{ن}_{٣}\times \text{ن}_{٥}}$$

$$\therefore \frac{\text{ن}_{١}}{٦٤} = \frac{٥٠\times ٧٥\times ٤٥}{٤٠\times ٣٠\times ١٥}$$

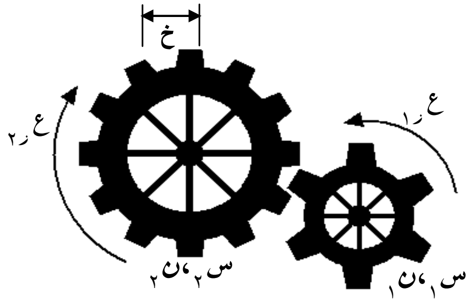
$$\therefore \text{ن}_{١} = \frac{٥٠\times ٧٥\times ٤٥\times ٦٤}{٤٠\times ٣٠\times ١٥}$$

$\therefore \text{ن}_{١} = ٦٠٠$ لفه/دقيقه

٣-١-٢ نقل الحركة بالتروس

(أ) المجموعة البسيطه

تتكون من ترسين معشقين معاً و تنتقل الحركة عن طريق الضغط بين أسنان الترسين . وعندما يدور الترس القائده والذى عدد اسنانه "$س_١$" ليكون عدد لفاته "$ن_١$" عكس عقارب الساعه فيدور الترس الثانى والذى عدد اسنانه "$س_٢$" ليكون عدد لفات "$ن_٢$" مع عقارب الساعه ، وخطوة الترسين واحده حتى تتمكن الأسنان من الضغط على بعضها كما هو موضح بالشكل (٣-٣).



شكل (٣-٣)

∵ السرعة المحيطيه للترس = محيط دائرة الترس × عدد لفاته

∴ $ع = خ س ن$

حيث " خ" خطوة الترس ، "س" عدد أسنانه ، "ن" عدد لفاته.

∵ السرعة المحيطيه للترس الأول القائد = السرعة المحيطيه للترس الثانى المنقاد

∴ $\cancel{خ} س_١ ن_١ = \cancel{خ} س_٢ ن_٢$

$$نسبة\ السرعة = \frac{ن_١}{ن_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$$

$$\frac{\text{عدد أسنان الترس القائد}}{\text{عدد أسنان الترس المنقاد}} = \frac{\text{عدد أسنان الترس المنقاد}}{\text{عدد أسنان الترس القائد}}$$

مثال (4)

مجموعة تروس بسيطة مكونة من ترسين عدد أسنان الترس القائد ٣٠ سنة وعدد أسنان الترس المنقاد ١٥٠ سنه و سرعة دوران الترس المنقاد ٢٥ لفة / دقيقة . أوجد سرعة دوران الترس القائد .

الحـل

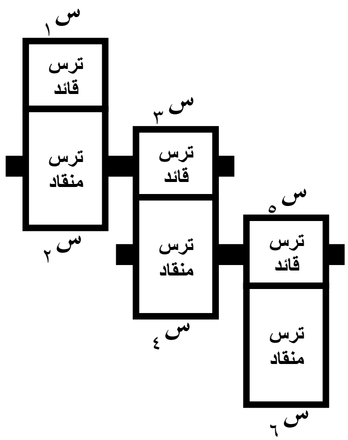
$$\because \quad \frac{ن_١}{ن_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$$

$$\therefore \quad \frac{ن_١}{٢٥} = \frac{١٥٠}{٣٠}$$

$$\therefore \quad ن_١ = \frac{٢٥ \times ١٥٠}{٣٠} = ١٢٥$$ لفة / دقيقة

(ب) المجموعة المركبة

تتكون من مجموعتين بسيطتين أو أكثر كما هو موضح بالشكل (٣-٤) ، وعدد أسنان التروس القائده $س_١$ $س_٣$،$س_٥$ وعدد لفاتها على الترتيب $ن_١$ $ن_٣$،$ن_٥$، وعدد أسنان التروس المنقاده $س_٢$ $س_٤$،$س_٦$ وعدد لفاتها على الترتيب $ن_٢$ $ن_٤$،$ن_٦$.



شكل (٣-٤)

وتكون نسبة السرعه لكل مجموعه بسيطه على حدى عل الصوره

$$\because \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٢}} = \frac{\text{س}_{٢}}{\text{س}_{١}}$$

$$\because \frac{\text{ن}_{٣}}{\text{ن}_{٤}} = \frac{\text{س}_{٤}}{\text{س}_{٣}}$$

$$\because \frac{\text{ن}_{٥}}{\text{ن}_{٦}} = \frac{\text{س}_{٦}}{\text{س}_{٥}}$$

مع الأخذ فى الاعتبار أن $\text{ن}_{٢} = \text{ن}_{٣}$ ، $\text{ن}_{٤} = \text{ن}_{٥}$

$$\therefore \frac{\text{ن}_{١} \times \cancel{\text{ن}_{٣}} \times \cancel{\text{ن}_{٥}}}{\cancel{\text{ن}_{٢}} \times \cancel{\text{ن}_{٤}} \times \text{ن}_{٦}} = \frac{\text{س}_{٢} \times \text{س}_{٤} \times \text{س}_{٦}}{\text{س}_{١} \times \text{س}_{٣} \times \text{س}_{٥}}$$

$$\therefore \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٦}} = \frac{\text{س}_{٢} \times \text{س}_{٤} \times \text{س}_{٦}}{\text{س}_{١} \times \text{س}_{٣} \times \text{س}_{٥}}$$

$$\frac{\text{عدد أسنان الترس الأول}}{\text{عدد أسنان الترس الأخير}} = \frac{\text{حاصل ضرب عدد أسنان التروس المنقادة}}{\text{حاصل ضرب عدد أسنان التروس القائدة}}$$

مثال (5)

مجموعة مركبة من أربع تروس عدد أسنانها على الترتيب ٥٠ ،٦٠، ٣٠ ، ١٥٠ سن . فـإذا دار الترس الأول ١٢٠ لفة / دقيقة ، فما عدد لفات الترس الأخير .

الحـل

$$\because \frac{\text{ن}_{١}}{\text{ن}_{٤}} = \frac{\text{س}_{٢} \times \text{س}_{٤}}{\text{س}_{١} \times \text{س}_{٣}}$$

$$\therefore \frac{١٢٠}{\text{ن}_{٤}} = \frac{٦٠ \times ١٥٠}{٥٠ \times ٣٠}$$

$$\therefore \text{ن}_{٤} = \frac{٥٠ \times ٣٠ \times ١٢٠}{٦٠ \times ١٥٠}$$

$\therefore \text{ن}_{٤} = ٢٠$ لفة / دقيقة

مثال (6)

مجموعة مركبة من ستة تروس عدد أسنانها على الترتيب ٦٤ ،١٣٦ ، ٦٨ ، ٢٥٦ ، ٧٠ ، ١٤٠ سن . فإذا دار الترس الأول ١٦٠ لفة / دقيقة ، فما عدد لفات الترس الأخير .

الحل

$$\because \frac{\text{ن}_1}{\text{ن}_6} = \frac{\text{س}_2 \times \text{س}_4 \times \text{س}_6}{\text{س}_1 \times \text{س}_3 \times \text{س}_5}$$

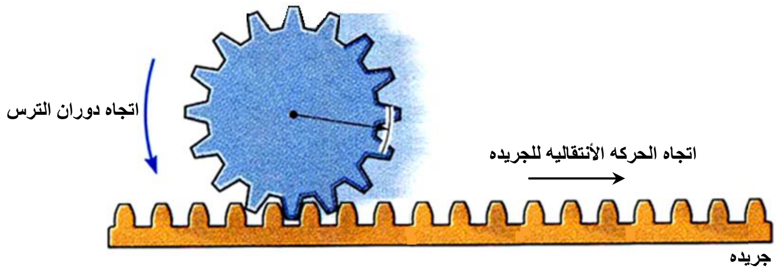
$$\because \frac{١٦٠}{\text{ن}_6} = \frac{١٣٦ \times ٢٥٦ \times ١٤٠}{٦٤ \times ٦٨ \times ٧٠}$$

$$\because \text{ن}_6 = \frac{١٦٠ \times ٦٤ \times ٦٨ \times ٧٠}{١٣٦ \times ٢٥٦ \times ١٤٠}$$

$\because \text{ن}_6 = ١٠$ لفة / دقيقة

٣-١-٣ نقل الحركة بالجريدة و الترس

من خلالها تتحول الحركة الدورانية المسلطة على الترس ثابت المحور إلى حركة أنتقالية من خلال الجريدة . كما هو موضح بالشكل (٣-٥)



شكل (٣-٥)

∵ مسافة تحرك الجريدة المسننة الأنتقاليه "ف"= محيط دائرة الترس

حيث "خ" خطوة الترس ، "س" عدد أسنانه ، "ن" عدد لفاته ، ت قطره.

$\therefore \text{ف} = \text{س خ ن}$

أو $\text{ف} = \text{ت ط ن}$

مثال (7)

ما هى المسافة التى تتحركها الجريدة المسننة خلال لفة واحدة لترس قطره ٢١ سم.

الحـل

ف = ن ط ن

$$ف = ٢١ \times \frac{٢٢}{٧} \times ١$$

ف = ٦٦ سم

مثال (8)

تعشيقة مكونة من جريدة و ترس فإذا تحركت الجريدة مسافة ٩٠ سم تحت تأثير ترس قائد عدد أسنانة ٣٠ سنه و خطوته ٠.٦ سم . احسب عدد لفات الترس القائد.

الحـل

ف = س خ ن

$$٩٠ = ٣٠ \times ٠,٦ \times ن$$

$$ن = \frac{٩٠}{٣٠ \times ٠,٦}$$

ن = ٥ لفات

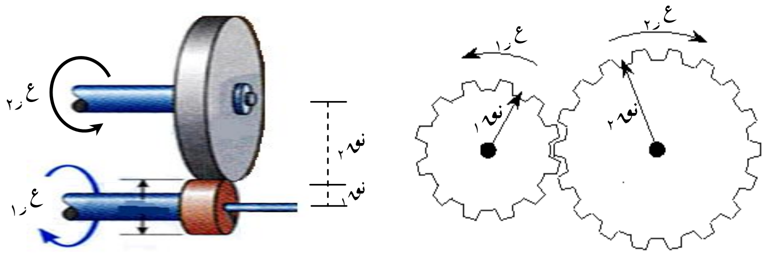
٣-٢ السرعه المحيطيه ونقل الحركه

عند نقل الحركه باستخدام نقل الحركه الدورانيه من عمود قائد لعمود منقاد لابد أن تكون السرعة المحيطيه للطارة القائده أو للترس القائد تساوى السرعة المحيطيه للطارة المنقاده أو للترس المنقاد كما هو موضح بالشكل (٣-٦)

∵ السرعه المحيطيه للطاره (الترس) القائده $ع_{١} = ع_{ر١}\,نق_{١}$

∵ السرعه المحيطيه للطاره (الترس) المنقاده $ع_{٢} = ع_{ر٢}\,نق_{٢}$

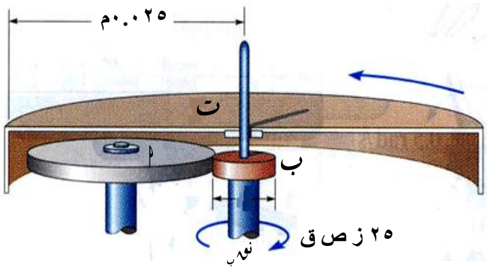
$$\therefore\ ع_{ر١}\,نق_{١} = ع_{ر٢}\,نق_{٢}$$



شكل (٣-٦)

مثال (9)

سطح دوار "ت" يتحرك بواسطة عجلة أحتكاك (أ) التى تنطبق على الحافة الداخلية للسطح الدوار ، حيث يقع الموتور المسبب للحركة عند محور الدوران (ب) . أوجد قطر محور الدوران إذا دار الموتور ٢٥ ز ص ق / ث عندما يدور السطح الدوار ٢ ز ص ق / ث ، علماً بأن نصف قطر السطح الدوار ٠.٠٢٥ متر.



الحـل

$\because\ ع_{م} = ع_{ز\,م}\ نق_{م}$

$\because\ ع_{ب} = ع_{ز\,ب}\ نق_{ب}$

$\because\ ع_{ت} = ع_{ز\,ت}\ نق_{ت}$

حيث أن السطح الدوار والعجلة (أ) والعجله (ب) متلامسه لحظياً على الترتيب فإن سرعاتها الخطية متساوية

$\therefore\ ع_{ز\,م}\ نق_{م} = ع_{ز\,ب}\ نق_{ب} = ع_{ز\,ت}\ نق_{ت}$

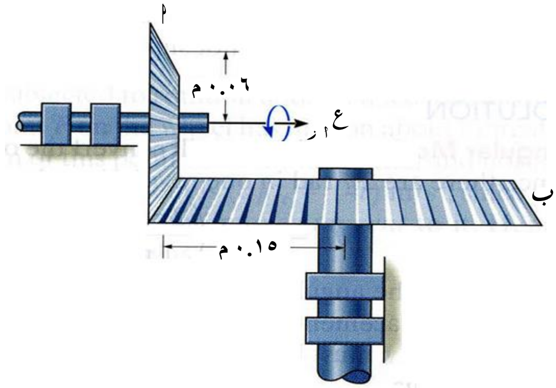
$\therefore\ ع_{ز\,ب}\ نق_{ب} = ع_{ز\,ت}\ نق_{ت}$

$٢٥ \times نق_{ب} = ٢ \times ٠,٠٢٥$

$نق_{ب} = \frac{٢ \times ٠,٠٢٥}{٢٥} = ٠,٠٠٢$ متر

مثال (10)

ترس (أ) نصف قطره ٠.٠٦ متر تتداخل أسنانه مع أسنان ترس (ب) نصف قطره ٠.١٥ متر كما هو موضح بالشكل ، حيث يبدأ الترس (أ) الحركة من السكون بعجلة زاوية ثابته ٢ ز ص ق / ث^{٢} . أوجد الزمن الازم حتى تكون سرعة الترس (ب) الزاوية ٥٠ ز ص ق /ث .



الحــل

السرعات المحيطيه لكلا الترسين

$ع_{أ} = ع_{أر}\, نق_{أ}$

$ع_{ب} = ع_{ب ر}\, نق_{ب}$

لأن الترسين متلامسين نستنتج أن السرعات المحيطيه متساويه

$ع_{أر}\, نق_{أ} = ع_{ب ر}\, نق_{ب}$

$ع_{أر} \times ٠,٠٦ = ٥٠ \times ٠,١٥$

$ع_{أر} = ١٢٥$ ز ص ق /ث

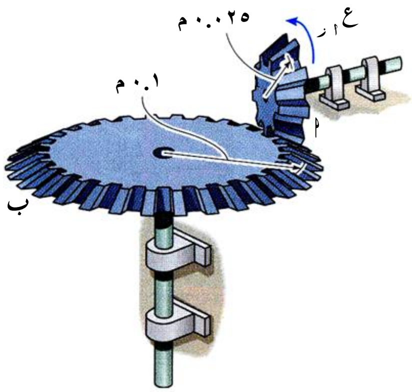
$\because ع_{أر} = ع_{أر.} + جـ_{أر}\, ن$

$١٢٥ = ٠ + ٢ن$

$ن = ٦٢,٥$ ثانيه

مثال (11)

ترس (أ) نصف قطره ٠.٠٢٥ تتداخل أسنانه مع أسنان ترس (ب) نصف قطره ٠.١، إذا كان الترس (أ) يبدأ الحركه من سكون بعجلة زاوية ثابته مقدارها ٢ ز ص ق /ث^{٢} أوجد الزمن الذى يحتاجه الترس(ب) حتى تكونة سرعته الزاوية ٢٥ ز ص ق / ث.



الحــل

$\because \text{ع}_{\text{م}} = \text{ع}_{\text{أ ر}}\,\textbf{نق}_{\text{م}}$

$\because \text{ع}_{\text{ب}} = \text{ع}_{\text{ب ر}}\,\textbf{نق}_{\text{ب}}$

$\therefore \textbf{جـ}_{\text{أ ر}}\,\textbf{نق}_{\text{م}} = \textbf{جـ}_{\text{ب ر}}\,\textbf{نق}_{\text{ب}}$

$\text{٢} \times \text{٠,٠٢٥} = \textbf{جـ}_{\text{ب ر}} \times \text{٠,١}$

$\textbf{جـ}_{\text{ب ر}} = \dfrac{\text{٢} \times \text{٠,٠٢٥}}{\text{٠,١}} = \text{٠,٥ ز ص ق /ث}^{\text{٢}}$

$\because \text{ع}_{\text{ب ر}} = \text{ع}_{\text{ب ر .}} + \textbf{جـ}_{\text{ب ر}}\,\textbf{ن}$

$\text{٢٥} = \text{٠} + \text{٠,٥}\,\textbf{ن}$

$\textbf{ن} = \text{٥٠}$ ثانيه

تمارين (٣)

(١) مجموعة بسيطة تتكون من طارتين قطر الطارة القائدة ٤٠ سم و تدور بمعدل ١٦٠ لفة/دقيقه وقطر الطارة المنقادة ١٠٠ سم . فما هو عدد لفات الطارة المنقادة

(٢) مجموعة مركبة مكونة من أربع طارات أقطارها على الترتيب ٤٠ ، ٥٠ ، ٢٥ ، ٨٠ سم . كم عدد لفات الطارة الأولى إذا كانت الطارة الأخيرة تدور بمعدل ٨٠ لفة / دقيقة.

(٣) مجموعة مركبة مكونة من ستة طارات أقطارها على الترتيب ٤٠ ، ٦٠ ، ٣٠ ، ٨٠ ، ٢٠ ، ٤٠سم . كم عدد لفات الطارة الأولى إذا كانت الطارة الأخيرة تدور بمعدل ٣٠ لفة / دقيقة.

(٤) مجموعة تروس بسيطة مكونة من ترسين عدد أسنان الترس القائد ٤٠ سنة وعدد أسنان الترس المنقاد ١٦٠ سنه و سرعة دوران الترس المنقاد ٢٠ لفة / دقيقة . أوجد سرعة دوران الترس القائد .

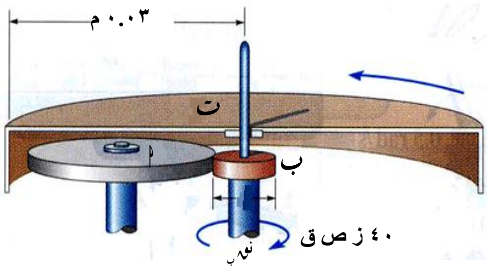
(٥) مجموعة مركبة من التروس مكونة من أربعة تروس عدد أسنانها على الترتيب ٦٠ ،١٢٠، ٤٠ ، ١٨٠ سنه . فإذا دار الترس الأول ١٨٠ لفة / دقيقة ، فما عدد لفات الترس الأخير .

(٦) مجموعة مركبة من التروس مكونة من أربعة تروس عدد أسنانها على الترتيب ٧٥ ،١٥٠ ، ٦٠ ، ٢٤٠ ، ٨٠ ، ١٦٠ سنه . فإذا دار الترس الأول ٢٤٠ لفة / دقيقة ، فما عدد لفات الترس الأخير .

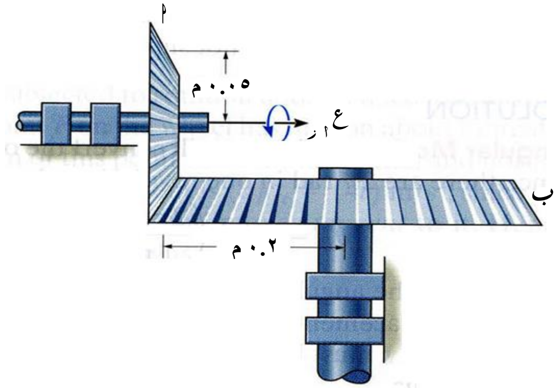
(٧) ما هى المسافة التى تتحركها الجريدة المسننة خلال لفة واحدة لترس قطره ١٤ سم

(٨) تعشيقة مكونة من جريدة و ترس فإذا تحركت الجريدة مسافة ٨٠ سم تحت تأثير ترس قائد عدد أسنانة ٤٠ سنه و خطوته ٠.٥ سم . احسب عدد لفات الترس القائد.

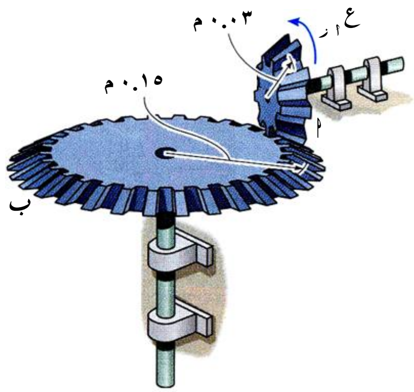
(٩) سطح دوار "ت" يتحرك بواسطة عجلة أحتكاك (أ) التى تنطبق على الحافة الداخلية للسطح الدوار ، حيث يقع الموتور المسبب للحركة عند محور الدوران (ب) . أوجد قطر محور الدوران إذا دار الموتور ٤٠ ز ص ق / ث عندما يدور السطح الدوار ٤ ز ص ق / ث ، علماً بأن نصف قطر السطح الدوار ٠.٠٣ متر.



(١٠) ترس (أ) نصف قطره ٠.٠٥ متر تتداخل أسنانه مع أسنان ترس (ب) نصف قطره ٠.٢ متر كما هو موضح بالشكل ، حيث يبدأ الترس (أ) الحركة من السكون بعجلة زاوية ثابته ٣ ز ص ق / ث٢ . أوجد الزمن الازم حتى تكون سرعة الترس (ب) الزاوية ٦٠ ز ص ق/ث



(١١) ترس (أ) نصف قطره ٠.٠٣ تتداخل أسنانه مع أسنان ترس (ب) نصف قطره ٠.١٥، إذا كان الترس (أ) يبدأ الحركه من سكون بعجلة زاوية ثابته مقدارها ٢ ز ص ق /ث أوجد الزمن الذى يحتاجه الترس(ب) حتى تكونة سرعته الزاوية ٣٠ ز ص ق / ث.



الوحدة الرابعة

القدره

مقدمة

ساهمت دراسة القدره فى تصميم كافة أنواع الآلات، وبناء المحركات التي تولد القدرة من البخار والنفط والوقود النووى ومصادر أخرى للطاقة. وبناء أنواع كثيرة من الآلات التي تستخدم القدرة، متضمنة معدات التدفئة والتهوية والسيارات وعُدَد الآلات ومعدات العمليات الصناعية.

٤ـ القدرة

٤ـ١ القدره

هى كميه ميكانيكيه تعبر عن تغير الطاقه مع مرور الزمن ، أى أنها المقدار الذى يربط بين الشغل المبذول والزمن الذى يستغرقه انجاز هذا الشغل.

٤ـ١ـ١ تعريف القدره

معدل بذل الشغل بالنسبة للزمن .

- القدره = $\frac{\text{الشغل}}{\text{الزمن}}$
- القدره = القوه × السرعه المنتظمه

٤ـ١ـ٢ وحدات قياس القدره :

١ـ وحدة شغل / وحدة زمن .

والجدول (٤ـ١) ، (٤ـ٢) يوضح استنتاج وحدات القدره

الكميه	الشغل	الزمن	القدرة
الرمز	شـ	ن	قد
الوحدة	جول	ثانيه	جول / ث
	أرج	ثانية	أرج / ث
	ث كجم . متر	ثانيه	ث كجم . م / ث
	ث جم . سم	ثانيه	ث جم . سم/ ث

جدول (٤ـ١)

٢ـ وحدة قوة × **وحدة سرعه**

الكميه	القوة	السرعة	القدرة
الرمز	ق	ع	قد
الوحدة	نيوتن	متر / ثانيه	جول / ث
	داين	سم/ ثانية	أرج / ث
	ث كجم	متر / ثانيه	ث كجم . م / ث
	ث جم	سم / ثانيه	ث جم . سم/ ث

جدول (٤ـ٢)

ومن الجداول السابقه يتضح وحدات قياس القدره كالتالى

- وحدات علميه (مطلقة) : جول / ث ، أرج / ث
- وحدات عمليه (تثاقليه) : ث كجم . م / ث ، ث جم . سم / ث

٣- وحدة الحصان

ومن الوحدات المشهوره لقياس القدره وحدة الحصان ويمكن تعريفها كالتالى:

الحصان : الشغل الذى تبذله قوة مقدارها ٧٥ ث كجم لتتحرك نقطة تأثير القوه مسافه واحد متر خلال زمن واحد ثانيه .

- الحصان = ٧٥ ث كجم . م /ث
- الحصان = ٧٥ × ٦٠ ث كجم . م /د = ٤٥٠٠ ث كجم . م /د
- الحصان = ٧٥ × ٩.٨ نيوتن . م / ث = ٧٣٥ جول / ثانيه (وات)
- الحصان $= \frac{\text{٧٣٥}}{\text{١٠٠٠}} \approx \frac{\text{٣}}{\text{٤}}$ كيلووات

<u>معادلة أبعاد القدره</u>

- معادلة الأبعاد = [ق.ع] = ك م ث$^{-٢}$. م ث$^{-١}$ = ك م^{٢} ث$^{-٣}$

مثال (1)

أوجد بالحصان قدرة سيارة تسير بسرعة منتظمه قدرها ٩٠ كم/ساعه على طريق أفقى إذا كانت قوة المحرك ٩٠ ث كجم .

الحل

ع = ٩٠ كم / ساعة = ٩٠ × $\frac{\text{٥}}{\text{١٨}}$ = ٢٥ م/ث

القدره = ق × ع = ٩٠ × ٢٥ = ٢٢٥٠ ث كجم . م / ث

القدره = $\frac{\text{٢٢٥٠}}{\text{٧٥}}$ = ٣٠ حصان

مثال (2)

آلة تتحرك بواسطة سير مشدود قوته ٣٠٠ ث كجم و سرعته ١٢٠ متر/د . احسب القدرة المنقولة بالحصان.

الحل

ع = ١٢٠ م / دقيقه = $\frac{\text{١٢٠}}{\text{٦٠}}$ = ٢ م/ث

القدره = ق × ع = ٣٠٠ × ٢ = ٦٠٠ ث كجم . م / ث

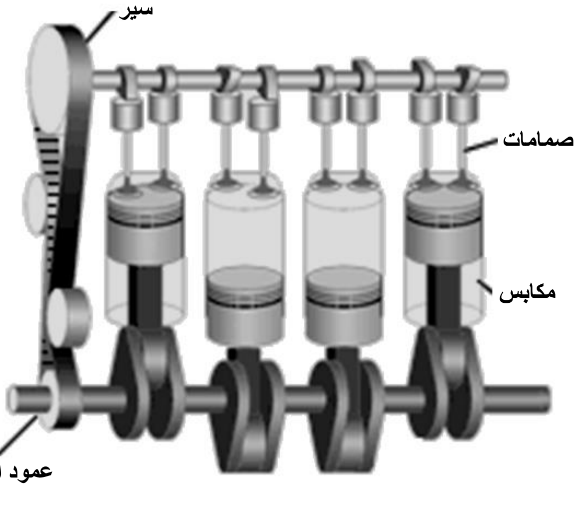
$$\text{القدره} = \frac{٦٠٠}{٧٥} = ٨ \text{ حصان}$$

<u>٤-٢ القدرات الميكانيكيه</u>

من المعروف أن كل محرك يقوم بتوليد قدرة ميكانيكية يستفاد منها في رفع أجسام وتدوير آلات ومعدات مختلفة ، وللتعرف على القدرات الميكانيكيه لابد أولاً من التعرف على تركيب و كيفية عمل محرك الديزل كمثال للمحركات التى سنتناول دراسة القدرات الميكانيكيه لها.

<u>٤-٢-١ محرك الديزل</u>

يتكون المحرك كما هو موضح بالشكل (٤-١) من مجموعه من المكابس تتناوب في حركة إزاحيه ذهابا وإيابا داخل أسطوانات المحرك من أجل إدارة عمود (الكرنك) وبذلك تتولَّد حركة دورانية من حركه المحرك الأهتزازيه المنتظمة .



شكل (٤-١)

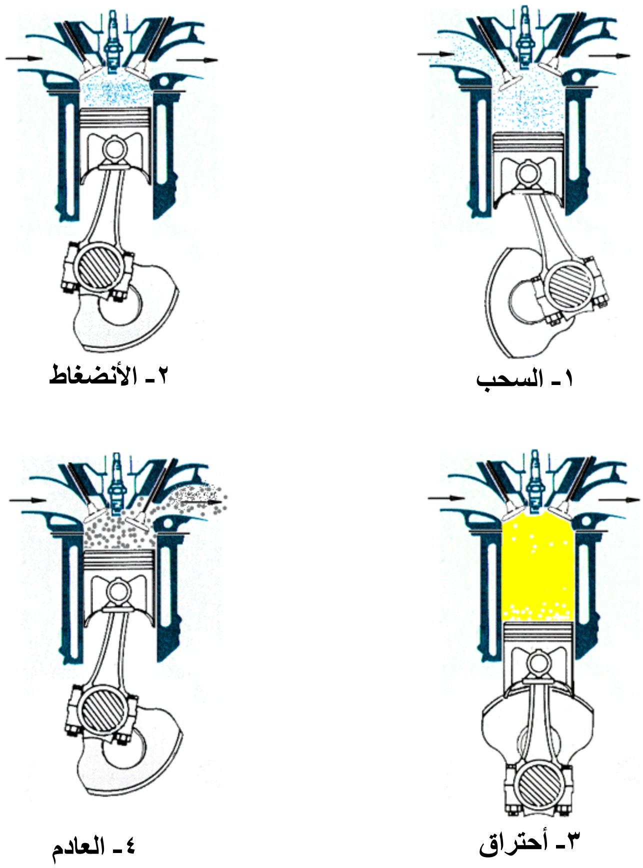
<u>تتكون دورة المحرك من أربع مراحل هي:</u>

(١) **شوط السحب:** يبدأ المكبس عمله في الحركة من أعلى موضع له ليتحرك إلى الأسفل حيث يكون صمام الإدخال مفتوح ليدخل خليط من الوقود والهواء إلى داخل اسطوانة الاحتراق . وتكون نسبة الوقود صغيرة بالنسبة للهواء ولكن كافية لإحداث الاحتراق .

(٢) **شوط الانضغاط :** يغلق صمام الأخذ عندما يبدأ المكبس في الحركة للأعلى ليضغط خليط الوقود والهواء وترتفع درجة حرارته تدريجياً ليساعد على رفع كفاءة الاحتراق .

(٣) **شوط الاحتراق:** في اللحظة التي يصل إليها المكبس إلى أعلى ارتفاع له يصبح الخليط عند ضغط عالى تنطلق شرارة كهربية لينتج عنها احتراق للوقود المكون للخليط فترتفع كلا من درجة الحرارة والضغط ارتفاعاً كبيراً ليندفع المكبس بقوة للأسفل .

(٤) **شوط العادم:** عندما يصل المكبس في حركته للاسفل إلى أدنى قيمة له يفتح صمام العادم لتخرج نواتج الاحتراق من المكبس ومنه إلى العادم خارج السيارة ويرتفع المكبس نتيجة لدوران ناقل الحركة إلى الاعلى طاردا ما تبقى من نواتج الاحتراق ليبدأ دورة جديدة بسحب كمية جديدة من الهواء والوقود . وتتضح جميع المراحل بالشكل (٤-٢)



شكل (٤-٢)

٤-٢-٢ أنواع القدرات الميكانيكيه للمحرك

تسمى أقصى قدرة نظرية لخرج المحرك بقدرة المحرك البيانية التي يمكن الحصول عليها من تمدد الغازات في الأسطوانات ، إلا انه في الحقيقة لا يمكن الاستفادة من كامل القدرة التي يولدها المحرك نظرا لان جزء من هذه القدرة يفقد في الاحتكاك وفي تدوير عمود المحرك الذى ينقل القدرة إلى الآلات المراد تشغيلها.لذلك فإن القدرة التي يمكن الاستفادة منها (الفرمليه) تقل عن القدرة النظرية (البيانية) التي يولدها المحرك بمقدار الفقد في القدرة (القدره المفقوده).

- القدرة البيانيه : القدرة الفعليه المتولدة داخل أسطوانة المحرك .
- القدرة المفقوده : القدرة المفقوده بسبب الإحتكاك بين أجزاء المحرك .
- القدرة الفرمليه : القدرة المستفاد بها من عمود إدارة المحرك .

ومما سبق يتضح أن

القدرة البيانيه = القدرة الفرمليه + القدرة المفقوده بالإحتكاك

الرموز المستخدمه عند حساب القدره البيانيه

ض : الضغط المتوسط الفعال و هو الضغط على وحدة مساحات المكبس .

ل : طول شوط المكبس و هو المسافة التى يتحركها المكبس نتيجة الضغط الناشئ من إحتراق الغازات .

م : مساحة سطح المكبس

ن: عدد المشاوير الفعاله فى الدقيقه و تتوقف على نوع المحرك (عدد اللفات / دقيقه) .

د: عدد الأسطوانات

العلاقه بين عدد المشاوير الفعاله و عدد اللفات / دقيقه

١- محرك بخارى مفرد التأثير : ن = عدد اللفات / د

٢- محرك بنزين أو ديزل ثنائى الدورة : ن = عدد اللفات / د

٣- محرك بخارى مزدوج التأثير : ن = ٢ × عدد اللفات / د

٤- محرك بنزين أو ديزل رباعى الدورة : ن = $\frac{١}{٢}$ × عدد اللفات / د

سعة المحرك

هو حجم ما تحتويه تجاويف اسطوانات المحرك من خليط الوقود والهواء، وتقاس بوحدة سنتيمتر مكعب وهذا ما يطلق عليه سى سى المحرك وهو اختصار للحروف الأولى للكلمات " Cubic Centimeter ".

سعة المحرك = سعة تجويف الأسطوانه × عدد الأسطوانات

سعة المحرك = م × ل × ن

حيث م: مساحة سطح المكبس بالسم^2 ، ل: طول مشوار المكبس بالسم

٤-٢-٣ حساب القدره البيانيه

إذا كان مكبس مساحة سطحه " م" يتعرض لضغط عمودى على مساحة سطحه " ض " فإن القوة التى يتعرض لها سطح المكبس هى

القوه = ض × م

وحيث أن المكبس يتحرك خلال مشوار واحد مسافه " ل" فإن

الشغل خلال مشوار واحد = ض × م × ل

وسيكون الشغل الكلى للمحرك المكون من أسطوانات عددها " ر" هو

∴ الشغل الكلى للمحرك = ض × م × ل × ر

الوحدات الشائعه عند حساب القدرة البيانيه

ويوضح الجدول (٤-٣) وحدات القياس الأكثر استخداماً عند حساب قدرة المحرك وذلك ليكون الناتج دائماً بالحصان

الكميه	الضغط	طول الشوط	مساحة المكبس	عدد اللفات	القدرة
الرمز	ض	ل	م	ن	قد
الوحدة	ث كجم / سم^2	متر	سم^2	عدد لفات / د	حصان

جدول (٤-٣)

عند استخدام الوحدات الموضحه فإن قانون القدرة البيانيه يكون على الصورة

$$\text{القدرة البيانيه} = \frac{\text{ض} \times \text{ل} \times \text{م} \times \text{ن} \times \text{ر}}{٤٥٠٠} \text{ حصان}$$

٤-٢-٤ الجودة الميكانيكيه

النسبة بين القدرة الفرمليه والقدرة البيانيه ، وهى تعبر عن القدرة التي يمكن الاستفادة منها من تمدد الغازات بأسطوانات المحرك.

$$\text{الجودة الميكانيكيه} = \frac{\text{القدرة الفرمليه}}{\text{القدرة البيانيه}} \times ١٠٠ \%$$

مثال (3)

محرك ديزل ثنائى الدورة ذو أسطوانة واحدة مساحة سطح مكبسه ١٨٠ سم^{٢} والضغط المتوسط الفعال ٧ ث كجم / سم^{٢} و يدور عمود مرفقه ٤٠٠ لفه / دقيقه وطول الشوط ٢٠ سم أوجد قدرة المحرك الفرمليه وسعته إذا كانت الجودة الميكانيكيه ٨٠% ،

الحـل

$$\text{ل} = \frac{٢٠}{١٠٠} = ٠,٢ \text{ متر}$$

$$\because \text{القدرة البيانيه} = \frac{\text{ض} \times \text{ل} \times \text{م} \times \text{ن} \times \text{ر}}{٤٥٠٠}$$

$$\therefore \text{القدرة البيانيه} = \frac{٧ \times ٠,٢ \times ١٨٠ \times ٤٠٠ \times ١}{٤٥٠٠} = ٢٢,٤ \text{ حصان}$$

$\because$ القدرة الفرمليه = القدرة البيانيه × الجودة الميكانيكيه

$\therefore$ القدرة الفرمليه = $٢٢,٤ \times ٠,٨٠ = ١٧,٩٢$ حصان

$\because$ سعة تجويف الأسطوانه= م × ل

$\therefore$ سعة تجويف الأسطوانه= $١٨٠ \times ٢٠ = ٣٦٠٠$ سم^{٣}

وبذلك فإن سعة المحرك ٣٦٠٠ سى سى حيث أن المحرك يحتوى أسطوانه واحده.

مثال (4)

محرك ديزل رباعى الدورة ذو أسطوانتين مساحة سطح المكبس ٣٠٠ سم^{٢} و يدور عمود مرفقه ٤٨٠ لفه / دقيقه و الضغط المتوسط الفعال على سطح المكبس ٧ ث كجم / سم^{٢} وطول مشوار المكبس ٧٥ سم . أوجد قدرته الفرمليه إذا كانت الجودة الميكانيكيه ٧٥ %.

الحـل

$ل = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٠,٧٥$ متر

∵ القدرة البيانيه $= \frac{ض \times ل \times م \times ن \times ر}{٤٥٠٠}$

لأن المحرك رباعى الدورة فإن $ن = \frac{٤٨٠}{٢} = ٢٤٠$ لفه/دقيقه

∴ القدرة البيانيه $= \frac{٧ \times ٠,٧٥ \times ٣٠٠ \times ٢٤٠ \times ٢}{٤٥٠٠} = ١٦٨$ حصان

∵ القدرة الفرمليه = القدرة البيانيه × الجودة الميكانيكيه

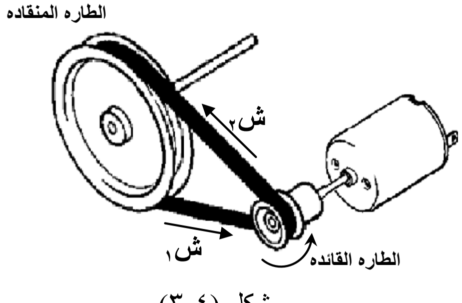
∴ القدرة الفرمليه $= ١٦٨ \times ٠,٧٥ = ١٢٦$ حصان

٤-٣ القدرة المنقوله

يتم نقل القدره من المحرك للأستفاده منها فى مكان آخر خارج المحرك بعدة طرق سنتناولها بعضها على النحو التالى

٤-٣-١ القدره المنقولة بالسيور

يتم نقل القدره من الطاره القائده للطاره المنقاده بواسطة سير حيث أن الشد على جانبى السير غير متساوى فيكون كبيراً فى الجانب الذى تسحبه الطاره القائده "$ش_١$" وأقل منه فى الجانب الآخر "$ش_٢$" كما هو موضح بالشكل (٤-٣).



شكل (٤-٣)

الرموز المستخدمه عند حساب القدره المنقوله بالطارات

$ش_١$: الشد الأكبر فى الجانب المشدود

$ش_٢$: الشد الأصغر فى الجانب المرتخى

ق : قطر الطاره الناقلة للقدره .

ن : عدد اللفات / د .

ع : السرعة المحيطيه للترس .

<u>حساب القدره المنقوله بالطارات</u>

والقدره المنقوله من الطاره القائده إلى الطاره المنقاده تتضح من العلاقه

القدرة المنقولة = القوة المسببه لعزم الدوران × السرعة المحيطيه المنتظمة للطارة

وحيث أن القوه المسببه لعزم الدوران هى الفرق بين الشدين الواقعين على جانبى السير

∴ القوة المسببه لعزم الدوران = $ش_١ - ش_٢$

∴ القدرة المنقولة = $(ش_١ - ش_٢) \times ع$

ويمكن كتابة القدره المنقوله بصوره أخرى حيث أن

السرعة المحيطيه = **ط ق ن**

∴ القدرة المنقوله = $(ش_١ - ش_٢) \times ق \times ط \times ن$

<u>الوحدات الشائعه عند حساب القدرة المنقوله بالطارات</u>

ويوضح الجدول (٤-٤) وحدات القياس الأكثر استخداماً عند حساب القدرة المنقوله بالطارات وذلك ليكون الناتج دائماً بالحصان

الكمية	الشد الأكبر	الشد الأصغر	السرعة المحيطية	عدد اللفات	قطر الطارة	القدرة
الرمز	ش١	ش٢	ع	ن	ق	قد
الوحدة	ث كجم	ث كجم	م / د	لفه / د	متر	حصان

جدول (٤-٤)

عند استخدام الوحدات الموضحه فإن قوانيين القدرة المنقولة بالطاره تكون على الصورة

$$\text{القدرة المنقولة} = \frac{(ش_١ - ش_٢) \times ع}{٤٥٠٠} \text{ حصان}$$

$$\text{القدرة المنقولة} = \frac{(ش_١ - ش_٢) \times ق \times ط \times ن}{٤٥٠٠} \text{ حصان}$$

مثال (5)

طارة تدور بواسطة سير سرعته ٣٠٠ متر / دقيقة ، إذا كان الشد فى الجانب المشدود للسير ١٣٥ ث كجم و فى الجانب الآخر للسير ٦٠ ث كجم أوجد القدرة المنقولة .

الحـل

$$\text{القدرة المنقولة} = \frac{(\text{ش}_1 - \text{ش}_2) \times \text{ع}}{٤٥٠٠}$$

$$\text{القدرة المنقولة} = \frac{(١٣٥-٦٠) \times ٣٠٠}{٤٥٠٠}$$

القدرة المنقولة = ٥ حصان

مثال (6)

أوجد القدرة المنقولة بواسطة سير إذا كان قطر الطارة ١٠٥ سم و عدد لفاتها ١٥٠ لفة / دقيقة وكان الشد فى الجانب المشدود ١٣٠ ث كجم و فى الجانب الآخر ٧٠ ث كجم .

الحـل

$$\text{ق} = \frac{١٠٥}{١٠٠} = ١,٠٥ \text{ متر}$$

$$\text{القدرة المنقولة} = \frac{(\text{ش}_1 - \text{ش}_2) \times \text{ق} \times \text{ط} \times \text{ن}}{٤٥٠٠}$$

$$\text{القدرة المنقولة} = \frac{(١٣٠-٧٠) \times ١,٠٥ \times ٢٢ \times ١٥٠}{٧ \times ٤٥٠٠}$$

القدرة المنقولة = ٦,٦ حصان

<u>٤-٣-٢ القدره المنقولة بالتروس</u>

عندما تتداخل أسنان الترسين ويؤثر المحرك على الترس القائد يتولد عزم دوران يسبب ضغطاً مماسياً على محيط دائرة التماس بين أسنان كل من الترسين مما يسبب عنه دوران الترس المنقاد. وتنقل القدره من الترس القائد للترس المنقاد .

الرموز المستخدمه عند حساب القدره المنقوله بالتروس

ض : الضغط المماسى على محيط الترس .

ق : قطر الترس .

ن : عدد اللفات / د .

س : عدد أسنان الترس .

خ : خطوة الترس .

ع : السرعة المحيطيه للترس .

حساب القدره المنقوله بالتروس

القدرة المنقولة = القوة × السرعة المحيطيه المنتظمة للطارة .

وحيث أن القوة المسببه لعزم الدوران هى الضغط المماس بين أسنان الترسين المعشقين على محيط دائرة التماس فإن القدره المنقوله يمكن كتابتها على الشكل

القدرة المنقوله = ض × ع

∵ السرعة المحيطيه (ع) = محيط دائرة التماس × سرعة الدوران

∴ السرعة المحيطيه (ع) = **س** × خ × **ن** = **ق** × **ط** × **ن**

ومما سبق يمكن استنتاج القدره المنقوله بالعلاقتين التاليتين

القدرة المنقوله = **ض** × **س** × خ × **ن**

القدرة المنقوله = **ض** × **ق** × **ط** × **ن**

الوحدات الشائعه عند حساب القدرة المنقوله بالتروس

ويوضح الجدول (٤-٥) وحدات القياس الأكثر استخداماً عند حساب القدرة المنقوله بالطارات وذلك ليكون الناتج دائماً بالحصان

الكمية	الضغط	السرعة المحيطية	عدد اللفات	خطوة الترس	قطر الترس	القدرة
الرمز	ض	ع	ن	خ	ق	قد
الوحدة	ث كجم	م / د	عدد اللفات/ د	سم	متر	حصان

جدول (٤-٥)

عند استخدام الوحدات الموضحه فإن قوانيين القدرة المنقولة بالترس تكون على الصورة

- القدرة المنقولة بالترس $= \frac{\text{ض} \times \text{ع}}{٤٥٠٠}$ بالحصان
- القدرة المنقولة بالترس $= \frac{\text{ض} \times \text{س} \times \text{ع} \times \text{ن}}{٤٥٠٠}$ بالحصان
- القدرة المنقولة بالترس $= \frac{\text{ض} \times \text{ق} \times \text{ط} \times \text{ن}}{٤٥٠٠}$ بالحصان

مثال (7)

احسب القدرة المنقولة بواسطة ترس إذا كانت سرعته المحيطيه ٣٠٠ م / د والضغط الواقع على محيط دائرة التماس ٢٢٥ ث كجم .

الحل

القدرة المنقولة بالترس $= \frac{\text{ض} \times \text{ع}}{٤٥٠٠}$

القدرة المنقولة بالترس $= \frac{٢٢٥ \times ٣٠٠}{٤٥٠٠} = ١٥$ حصان

مثال (8)

ترس يدور بعدل ٢١٠ لفه/د . احسب قدرته إذا كان الضغط الواقع على محيط دائرة التماس ١٥٠ ث كجم و قطر دائرته ٥٠ سم .

الحل

$\text{ق} = \frac{٥٠}{١٠٠} = ٠,٥$ متر

القدرة المنقولة بالترس $= \frac{\text{ض} \times \text{ق} \times \text{ط} \times \text{ن}}{٤٥٠٠}$

القدرة المنقولة بالترس $= \frac{١٥٠ \times ٠,٥ \times ٢٢ \times ٢١٠}{٤٥٠٠ \times ٧}$

القدرة المنقولة بالترس $= ١١$ حصان

مثال (9)

احسب القدرة المنقولة بواسطة ترس خطوته ٢٠ مم و عدد أسنانه ١٢٠ سنه ويدور بمعدل ٣٠٠ لفه / د علماً بأن الضغط بين أسنان دائرة التماس ٢٢٥ ث كجم.

الحـل

$$خ = \frac{٢٠}{١٠٠٠} = ٠٫٢ \text{ متر}$$

$$\text{القدرة المنقولة بالترس} = \frac{ض \times س \times خ \times ن}{٤٥٠٠}$$

$$\text{القدرة المنقولة بالترس} = \frac{٢٢٥ \times ١٢٠ \times ٠٫٢ \times ٣٠٠}{٤٥٠٠}$$

القدرة المنقولة بالترس = ٣٦٠ حصان

تمارين (٤)

(١) أوجد بالحصان قدرة سيارة تسير بسرعة منتظمه قدرها ١٠٨ كم/ساعه على طريق أفقى إذا كانت قوة المحرك ٧٥ ث كجم .

(٢) آلة تتحرك بواسطة سير مشدود قوته ١٢٠ ث كجم و سرعته ١٨٠ متر/د . احسب القدرة المنقولة بالحصان.

(٣) محرك ديزل ثنائى الدورة ذو أسطوانة واحدة مساحة سطح مكبسه ١٢٠ سم^٢ والضغط المتوسط الفعال ٩ ث كجم / سم^٢ و يدور عمود مرفقه ٣٠٠ لفه / دقيقه وطول الشوط ١٥سم أوجد قدرة المحرك الفرمليه وسعته إذا كانت الجودة الميكانيكيه ٧٠% ،

(٤) محرك ديزل رباعى الدورة ذو أسطوانتين مساحة سطح المكبس ٢٠٠ سم^٢ و يدور عمود مرفقه ٣٦٠ لفه / دقيقه و الضغط المتوسط الفعال على سطح المكبس ٨ ث كجم / سم^٢ وطول مشوار المكبس ٤٠ سم . أوجد قدرته الفرمليه إذا كانت الجودة الميكانيكيه ٦٥ %.

(٥) طارة تدور بواسطة سير سرعته ١٥٠ متر / دقيقة ، إذا كان الشد فى الجانب المشدود للسير ١٥٠ ث كجم و فى الجانب الآخر للسير ٧٥ ث كجم أوجد القدرة المنقولة .

(٦) أوجد القدرة المنقولة بواسطة سير إذا كان قطر الطارة ١٠٠ سم و عدد لفاتها ١٠٠ لفة / دقيقة وكان الشد فى الجانب المشدود ١٨٠ ث كجم و فى الجانب الآخر ٨٠ ث كجم .

(٧) احسب القدرة المنقولة بواسطة ترس إذا كانت سرعته المحيطيه ١٥٠ م / د والضغط الواقع على محيط دائرة التماس ٢٠٠ ث كجم .

(٨) ترس يدور بعدل ٢٥٠ لفه/د . احسب قدرته إذا كان الضغط الواقع على محيط دائرة التماس ١٠٠ ث كجم و قطر دائرته ٢٥ سم .

(٩) احسب القدرة المنقولة بواسطة ترس خطوته ١٠ مم و عدد أسنانه ٨٠ سنه ويدور بمعدل ١٥٠ لفه / د علماً بأن الضغط بين أسنان دائرة التماس ٣٠٠ ث كجم.

الوحدة الخامسه

آلات الرفع البسيطه

٥-١ تعريفات

٥-٢ وحدات القياس

٥-٣ نماذج من آلات الرفع البسيطه

مقدمة

ظهرت الآلات البسيطة منذ القدم واستخدمها القدماء فى بناء حضاراتهم ، ولا تزال جزءاً أساسيا من هندسة هذا العصر. على سبيل المثال ، يتم استخدام الملفاف والونش والمكبس والكوريك البسيط والبكرات ، وكلها لرفع أحمال كبيره بواسطة بذل قوة صغيره.

٥ ـ آلات الرفع البسيطه

الآلة البسيطة هي آلة ميكانيكية تغير اتجاه أو قيمة القوة. وتستخدم آلات الرفع البسيطه لرفع أحمال كبيره بواسطة قوة صغيره . مثل رفع مواد البناء بالأوناش البسيطه وكرفع السيارات بالكوريك البسيط .

٥-١ تعريفات

تعريف نسبة السرعة

هى النسبة بين المسافة التى يتحركها الجهد إلى المسافة التى يتحركها الحمل .

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{\text{ف}_{\text{هـ}}}{\text{ف}_{\text{م}}}$$

حيث أن " $\text{ع}_{\text{ن}}$ " نسبة السرعه ، " $\text{ف}_{\text{هـ}}$ " مسافة الجهد ، " $\text{ف}_{\text{م}}$ " مسافة الحمل.

تعريف الفائدة الآليه

هى النسبة بين الحمل المراد رفعه والجهد المبذول لرفع هذا الحمل .

$$\text{ف}_{\text{أ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}}$$

حيث أن " $\text{ف}_{\text{أ}}$ " الفائده الآليه ، " م " الحمل ، " **هـ** " الجهد.

تعريف الجودة الآلية

هى النسبة بين الشغل المستفاد فى رفع الحمل و الشغل المبذول بواسطة الجهد .

$$\text{ج}_{\text{أ}} = \frac{\text{ف}_{\text{أ}}}{\text{ع}_{\text{ن}}} \times ١٠٠ \%$$

حيث أن " $\text{ج}_{\text{أ}}$ " الجوده الآليه.

٥-٢وحدات القياس

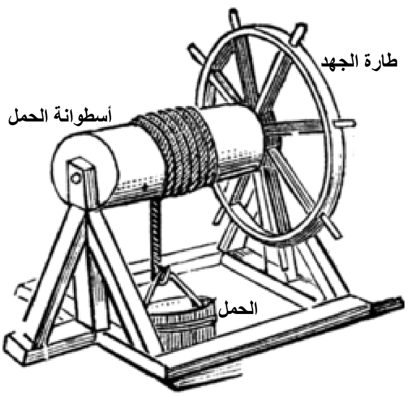
الكمية	الرمز	الوحده
الحمل	م	ث جم ، ث كجم ، ث طن ، داين ، نيوتن
الجهد	هـ	ث جم ، ث كجم ، ث طن ، داين ، نيوتن
مسافة الحمل	$ف_{م}$	ملليمتر ، سم ، متر
مسافة الجهد	$ف_{هـ}$	ملليمتر ، سم ، متر
نسبة السرعة	$ع_{ن}$	بدون وحدة
الفائدة الآليه	$ف_{أ}$	بدون وحدة
الجودة الآليه	$جـ_{أ}$	بدون وحدة

٥-٣ نماذج من آلات الرفع البسيطه

ابتكر الانسان الكثير من آلات الرفع البسيطه وسنعرض بعض منها فيما يلى

٥-٣-١ الملفاف البسيط (Simple wheel axle)

يتكون من أسطوانه ملفوف حولها حبل الحمل ومثبت عند محورها طارة الجهد أو ذراع الجهد بحيث دوماً قطر الطارة أو طول الذراع أكبر من نصف قطر الأسطوانة كما هو موضح بالشكل (٥-١)



شكل (٥-١)

<u>(أ) عندما نستخدم طارة جهد</u>

$ق_{١}$: قطر طارة الجهد ، $ق_{٢}$: قطر أسطوانة الحمل ، ن : عدد اللفات

مسافة الجهد = ط $ق_{١}$ ن

مسافة الحمل = ط $\text{ى}_٢$ ن

$$ع_ن = \frac{\text{ط ى}_١\text{ ن}}{\text{ط ى}_٢\text{ ن}}$$

$$ع_ن = \frac{\text{ى}_١}{\text{ى}_٢}$$

<u>(ب) عندما نستخدم ذراع جهد</u>

ل : طول ذراع الجهد (نصف قطر دائرة الذراع) ، **ى** : قطر أسطوانة الحمل ، : عدد اللفات

مسافة الجهد = **٢ ط ل ن**

مسافة الحمل = **ط ى ن**

$$ع_ن = \frac{\text{٢ ط ل ن}}{\text{ط ى ن}}$$

$$ع_ن = \frac{\text{٢ ل}}{\text{ى}}$$

مثال (1)

ملفاف بسيط قطر طارته ٤٠ سم وقطر اسطوانته ١٠ سم فإذا كان الجهد المؤثر على الطارة ٥ ث كجم والجودة الآلية ٧٥% فاحسب :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية. (جـ) مقدار الحمل .

الحــل

$$ع_ن = \frac{\text{ى}_١}{\text{ى}_٢}$$

$$ع_ن = \frac{٤٠}{١٠} = ٤$$

$ف_م = جـ_م \times ع_ن = ٠٫٧٥ \times ٤ = ٣$

$م = ف_م \times هـ = ٣ \times ٥ = ١٥$ ث كجم

مثال (2)

ملفاف بسيط يرفع حملاً قدره ١٢٨ ث كجم ، فإذا كان قطر اسطوانة الحمل ١٥ سم ، وطرف ذراع الجهد ٣٠ سم ، و الجودة الآلية ٨٠% فاحسب :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية. (جـ) مقدار الجهد.

الحل

$$ع_{ن} = \frac{٢ل}{ق}$$

$$ع_{ن} = \frac{٢ \times ٣٠}{١٥} = ٤$$

$$ف_{م} = جـ_{م} \times ع_{ن}$$

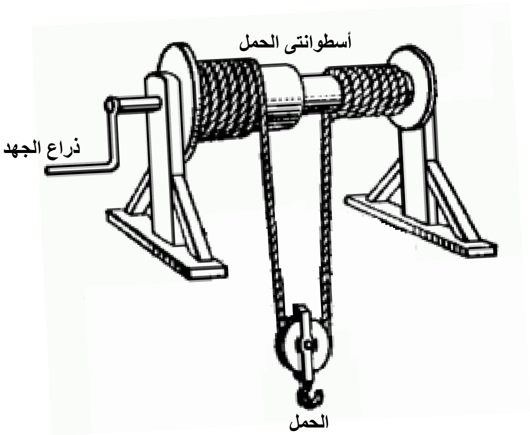
$$ف_{م} = ٠,٨٠ \times ٤ = ٣,٢$$

$$هـ = \frac{م}{ف_{م}}$$

$$هـ = \frac{١٢٨}{٣,٢} = ٤٠ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٢ الملفاف المركب (Compound wheel axle)

الملفاف المركب يشبة الملفاف البسيط و لكن له اسطوانتين للحمل و مثبت أحد طرفى حبل الحمل بمحيط الأسطوانة الصغرى (أ) و الطرف الآخر مثبت بمحيط لأسطوانه الكبرى (ب) و لكن فى الإتجاه المعاكس ، و مثبت عند محور الأسطوانة طارة الجهد أو ذراع الجهد كما هو موضح بالشكل (٥-٢).



شكل (٥-٢)

(أ) عندما نستخدم طارة جهد

$\text{ق}_{١}$: قطر طارة الجهد ، $\text{ق}_{٢}$: قطر أسطوانة الحمل الكبيرة ، $\text{ق}_{٣}$: قطر أسطوانة الحمل الصغيرة ، ن: عدد اللفات

مسافة الجهد = $\text{ط ق}_{١}\text{ ن}$

مسافة الحمل = ($\dfrac{\text{محيط الأسطوانة الكبرى - محيط الأسطوانة الصغرى}}{٢}$) × عدد اللفات

مسافة الحمل = $\dfrac{\text{ط}\left(\text{ق}_{٢} - \text{ق}_{٣}\right)\text{ن}}{٢}$

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{\text{ط ق}_{١}\text{ ن}}{\dfrac{\text{ط}\left(\text{ق}_{٢} - \text{ق}_{٣}\right)\text{ن}}{٢}}$$

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{٢\text{ق}_{١}}{\text{ق}_{٢} - \text{ق}_{٣}}$$

مثال (3)

ملفاف فارق قطر طارته ٨٠ سم و قطر اسطوانتيه ٣٦ سم ، ٣٢ سم و جودتة الآلية ٧٥ %

أوجد :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية.

(جـ) الحمل الممكن رفعه إذا أثر على الطارة جهداً مقداره ٢٠ ث كجم .

الحـل

$$ع_ن = \frac{٢ ں_١}{ں_٢ - ں_٣}$$

$$ع_ن = \frac{٢ \times ٨٠}{٣٦ - ٣٢} = ٤٠$$

$$ف_م = جـ_م \times ع_ن$$

$$ف_م = ٠,٧٥ \times ٤٠ = ٣٠$$

$$م = ف_م \times هـ$$

$$م = ٣٠ \times ٢٠ = ٦٠٠ \text{ ث كجم}$$

(ب) عندما نستخدم ذراع جهد

ل : طول ذراع الجهد (نصف قطر دائرة الذراع) . ، $ں_٢$: قطر أسطوانة الحمل الكبيرة ،

$ں_٣$: قطر أسطوانة الحمل الصغيرة ، ن : عدد اللفات

مسافة الجهد = ٢ ط ل ن

مسافة الحمل = ($\frac{\text{محيط الأسطوانة الكبرى - محيط الأسطوانة الصغرى}}{٢}$) × عدد اللفات

$$\text{مسافة الحمل} = \frac{ط(ں_٢ - ں_٣)ن}{٢}$$

$$ع_ن = \frac{٢ ط ل ن}{\frac{ط(ں_٢ - ں_٣)ن}{٢}}$$

$$ع_ن = \frac{٤ ل}{ں_٢ - ں_٣}$$

مثال (4)

ملفاف فارق طول ذراعه ٥٠ سم و قطر اسطوانتيه ٤٥ سم ، ٥٠ سم و جودة الآلية ٧٥ %

أوجد :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية.

(جـ) الحمل الممكن رفعه إذا أثر على الطارة جهداً مقداره ١٠ ث كجم .

الحل

$$ع_{ن} = \frac{٤ل}{ق_{٢} - ق_{٣}}$$

$$ع_{ن} = \frac{٤ \times ٥٠}{٥٠ - ٤٥} = ٤٠$$

$$ف_{م} = جـ_{م} \times ع_{ن}$$

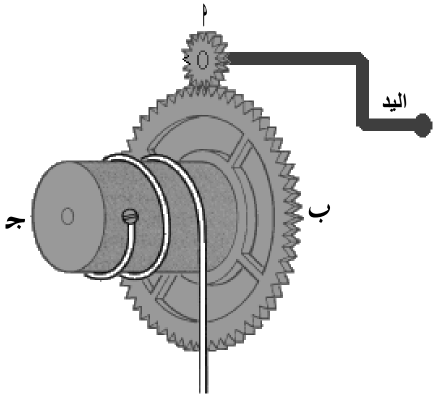
$$ف_{م} = ٠,٧٥ \times ٤٠ = ٣٠$$

$$م = ف_{م} \times ه$$

$$م = ٣٠ \times ١٠ = ٣٠٠ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٣ الونش البسيط (simple winch)

اليد تدير ترس صغير (أ) معشق مع أخر أكبر منه (ب) ، ومثبت فى نفس المحور المثبت به الترس (ب) أسطوانة (جـ) ملفوف حولها حبل لرفع الحمل كما هو موضح بالشكل (٥-٣).



شكل (٥-٣)

ل : طول الذراع الجهد (نصف قطر دائرة الذراع) .

ق : قطر أسطوانه الحمل .

س_{1} ، س_{2} : عدد أسنان الترس القائد والترس المنقاد على الترتيب.

ن_{1} ، ن_{2} ، ن_{3} : عدد لفات الترس القائد والترس المنقاد وأسطوانة الحمل على الترتيب.

مسافة الجهد = $2\,\text{ط}\,\text{ل} \times \text{ن}_{1}$

مسافة تحرك الحمل = $\text{ط}\,\text{ق} \times \text{ن}_{3}$

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{2\,\text{ط}\,\text{ل} \times \text{ن}_{1}}{\text{ط}\,\text{ق} \times \text{ن}_{3}}$$

$$\because \text{ن}_{2} = \text{ن}_{3}$$

$$\because \frac{\text{ن}_{1}}{\text{ن}_{2}} = \frac{\text{س}_{2}}{\text{س}_{1}}$$

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{2\,\text{ل}\,\text{س}_{2}}{\text{ق}\,\text{س}_{1}}$$

مثال (5)

ونش بسيط طول ذراعه ٤٠ سم ، و قطر اسطوانته ٢٤ سم ، و عدد أسنان الترسان ٢٠ ، ١٢٠ ، فإذا علم أن الفائدة الآلية لهذا الونش ١٦ ، فأوجد :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الجودة الآلية.

(جـ) القوة اللازمة لرفع حمل مقداره ٤٠٠ ث كجم .

الحل

$$ع_ن = \frac{٢ ل س_٢}{نق س_١}$$

$$ع_ن = \frac{٢ \times ٤٠ \times ١٢٠}{٢٤ \times ٢٠} = ٢٠$$

$$جـ_م = \frac{ف_م}{ع_ن} \times ١٠٠ \%$$

$$جـ_م = \frac{١٦}{٢٠} \times ١٠٠ \%$$

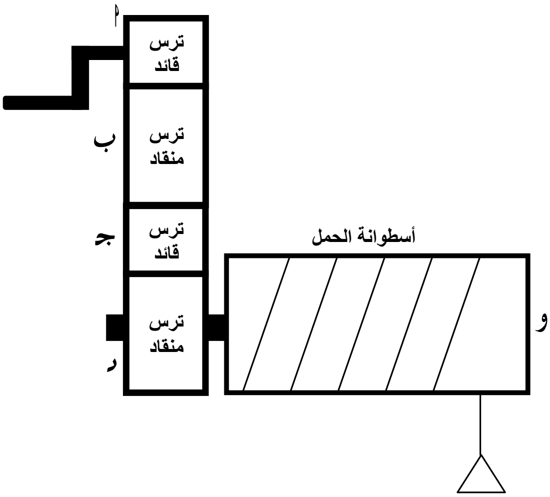
$$جـ_م = ٠,٨٠ \%$$

$$هـ = \frac{م}{ف_م}$$

$$هـ = \frac{٤٠٠}{١٦} = ٢٥ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٤ الونش المركب (Compound Winch)

يحتوى الونش المركب على مجموعة مركبة من التروس . اليد تدير ترس صغيرة (أ) معشق مع أخر أكبر منه (ب) و الترس (ب) معشق مع آخر (جـ) الذى بدوره معشق مع آخر أكبر منه (د) و مثبت فى نفس المحور المثبت به الترس (د) أسطوانة (و) ملفوف حولها حبل لرفع الحمل كما هو موضح بالشكل (٥-٤).



شكل (٥-٤)

ل : طول ذراع الجهد (نصف قطر دائرة الذراع) .

ق : قطر أسطوانه الحمل .

مسافة الجهد = $٢ ط ل \times ن_{١}$

مسافة الحمل = $ط ق \times ن_{٥}$

$\because ن_{٤} = ن_{٥}$

$$ع_{ن} = \frac{٢ ل ن_{١}}{ق ن_{٤}}$$

$$\because \frac{ن_{١}}{ن_{٤}} = \frac{س_{٢} \times س_{٤}}{س_{١} \times س_{٣}}$$

$$ع_{ن} = \frac{٢ ل س_{٢} س_{٤}}{ق س_{١} س_{٣}}$$

مثال (6)

ونش مركب طول ذراعه ٤٥ سم و قطر اسطوانته ٣٠ سم ، و عدد اسنان الترسين الصغيرين (القائدين) ٢٠ ، ٢٥ ، و عدد اسنان الترسين الكبيرين (المنقادين) ١٢٠ ، ١٠٠ ، يستخدم لرفع حمل مقدارة ١٠٨٠ ث كجم ، فإذا كانت الجودة الآلية ٧٥% . فاحسب :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية.

(جـ) مقدار القوة المسلطة على الذراع لرفع الحمل .

الحـل

$$ع_ن = \frac{٢ ل س_٢ س_٤}{ن س_١ س_٣}$$

$$ع_ن = \frac{٢ \times ٤٥ \times ١٢٠ \times ١٠٠}{٣٠ \times ٢٠ \times ٢٥} = ٧٢$$

$$ف_م = جـ_م \times ع_ن$$

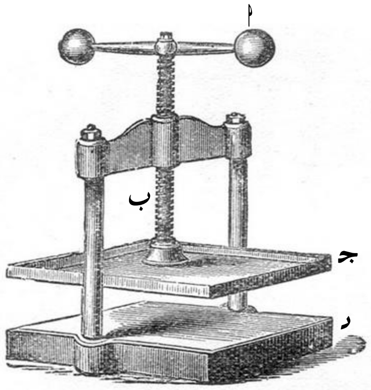
$$ف_م = ٠{,}٧٥ \times ٧٢ = ٥٤$$

$$ق = \frac{م}{ف_م}$$

$$ق = \frac{١٠٨٠}{٥٤} = ٢٠ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٥ المكبس البسيط simple press

يسلط الجهد على الذراع (أ) فيتحرك عمود القلاووظ (ب) فى أتجاه يعمل على ضغط الجسم بين قرص المكبس (جـ) وقاعدة المكبس (د) . و يمثل الحمل فى هذه الحالة الضغط الواقع على قرص المكبس كما هو موضح بالشكل (٥-٥).



شكل (٥-٥)

ل : طول ذراع الجهد (نصف قطر دائرة الذراع) .

خ : خطوة القلاووظ .

مسافة الجهد = ٢ط ل

مسافة الحمل = خ

$$ع_ن = \frac{٢ط ل}{خ}$$

مثال (7)

مكبس بسيط خطوة القلاوظ ١.٢ سم ، و القوة المسلطة على اليد ٣٠ ث كجم ونصف قطر اليد ٢١ سم . فما هو مقدار الضغط الواقع على قرص المكبس إذا كانت الجودة الآلية ٤٠%.

الحــل

$$ع_ن = \frac{٢ط ل}{خ}$$

$$ع_ن = \frac{٢ \times ٢٢ \times ٢١}{١,٢ \times ٧} = ١١٠$$

$$ف_م = جـ_م \times ع_ن$$

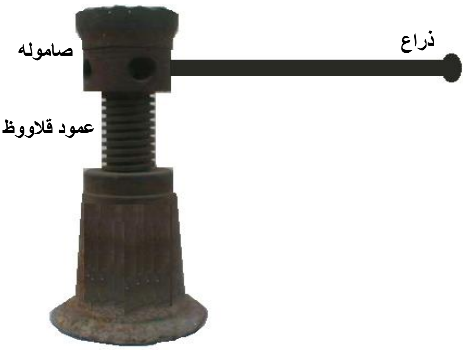
$$ف_م = ٠,٤٠ \times ١١٠ = ٤٤$$

$$م = ف_م \times هـ$$

$$ف_م = ٤٤ \times ٣٠ = ١٣٢٠ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٦ الكوريك البسيط (Simple Jack)

يتركب من عمود قلاووظ خطوته (خ) وفى أعلاه ذراع مثبت عند طرفه صامولة تتحرك لأعلى ولأسفل نتيجة دوران الذراع مع أو عكس عقارب الساعة كما هو موضح بالشكل (٥-٦).



شكل (٥-٦)

ل : طول ذراع الجهد (نصف قطر دائرة الذراع) .

خ : خطوة القلاووظ .

مسافة الجهد = ٢ط ل

مسافة الحمل = خ

$$\therefore ع_ن = \frac{٢ط ل}{خ}$$

مثال (8)

مرفاع لولبى بسيط (كوريك) طول ذراعه ٢٨ سم و خطوة القلاوظ ٥ مم . احسب نسبة السرعة و الفائدة الآلية ، و القوة المسلطة على الذراع لرفع حمل مقدارة ٣١٦٨ ث كجم إذا كانت الجودة الآلية ٦٠%.

الحـل

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{\text{٢ط ل}}{\text{خ}}$$

$$\text{ع}_{\text{ن}} = \frac{٢\times٢٢\times٢٨}{٠,٥\times٧} = ٣٥٢$$

$$\text{ف}_{\text{م}} = \text{جـ}_{\text{م}} \times \text{ع}_{\text{ن}}$$

$$\text{ف}_{\text{م}} = ٠,٦٠\times٣٥٢ = ٢١١,٢$$

$$\text{هـ} = \frac{\text{م}}{\text{ف}_{\text{م}}}$$

$$\text{هـ} = \frac{٣١٦٨}{٢١١,٢} = ١٥ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٧ الكوريك المركب ذو الترسين

يتركب من عمود قلاووظ (أ) يستمد حركته من ترس مخروطى (ب) عدد أسنانه $س_٢$ معشق معه ترس مخروطى آخر (جـ) أصغر منه فى عدد أسنانه $س_١$ و مثبت على طرف محور ذراع طوله (ل) كما هو موضح بالشكل (٥-٧)

شكل (٥-٧)

مسافة الجهد = $٢ط ل ن_١$

مسافة الحمل = $خ ن_٢$

$$ع_ن = \frac{٢ط ل ن_١}{خ ن_٢}$$

$$\because \frac{ن_١}{ن_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$$

$$ع_ن = \frac{٢ط ل س_٢}{خ س_١}$$

مثال (9)

إذا كان طول ذراع المرفاع المركب ذو الترسين ٥٦ سم و خطوة قلاوظه ١ سم ، و عدد أسنان الترسان ٢٠ ، ١٢٠ . فإذا كانت جودته الآليه ٢٠% فاوجد :

(١) نسبة السرعة.   (٢) الفائدة الآليه .

(٣) مقدار الجهد اللازم لرفع حمل قدرة ٦٣٣٦ ث كجم .

الحــل

$$ع_ن = \frac{٢ ط ل س_٢}{خ س_١}$$

$$ع_ن = \frac{٢ \times ٢٢ \times ٥٦ \times ١٢٠}{١ \times ٢٠ \times ٧} = ٢١١٢$$

$$ف_م = جـ_م \times ع_ن$$

$$ف_م = ٠,٢٠ \times ٢١١٢ = ٤٢٢,٤$$

$$هـ = \frac{م}{ف_م}$$

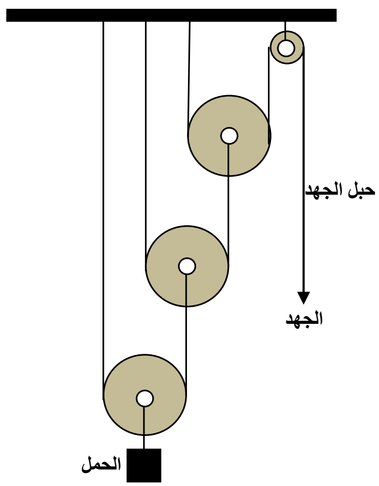
$$هـ = \frac{٦٣٣٦}{٤٢٢,٤} = ١٥ \text{ ث كجم}$$

٥-٣-٨ آلات الرفع ذات البكرات Pulleys

تعتبر البكرات من أشهر الآلات المستخدمه فى الرفع ولها مجموعات كثيره تتركب كل منها بشكل معين يخدم عملية الرفع ومن أمثلتها

(١) مجموعة بكرات ذات حبال معلقة

عند جذب حبل الجهد مسافة "ف" فإن البكرة العليا "أ" ترتفع مسافة رأسيه "$\frac{ف}{٢}$" لأن الحبل يوزع على طرفى البكرة بالتساوى وبالمثل ترتفع جميع البكرات التى عددها "ن"، فتكون المسافات المقطوعه لكل البكرات بالترتيب على النحو "$\frac{ف}{٢}$، $\frac{ف}{٤}$،............، $\frac{ف}{٢^ن}$" كما هو موضح بالشكل (٥-٨).



شكل (٥-٨)

بذلك فإن الحمل يقطع فى النهايه المسافه "$\frac{ف}{٢^ن}$" وتكون

نسبة السرعة = مسافة الجهد ÷ مسافة الحمل

$$ع_ن = ف \div \frac{ف}{٢^ن}$$

$$ع_ن = ٢^ن$$

مثال (10)

رافعة مجموعة بكرات ذات حبال معلقة عدد بكراتها ٣ فما هى نسبة سرعتها . إذا كان جودتها الآلية ٦٠% والحمل المراد رفعه ٢١٦ ث كجم . أوجد قيمة الفائدة الآلية ، و القوة الازمة لرفع الحمل ، و طول الجزء المطوى من حبل الجهد عندما يرتفع الحمل مسافة ١.٥ متراً .

الحل

$$\text{ع}_{\text{ن}} = ٢^{\text{ن}}$$

$$\text{ع}_{\text{ن}} = ٢^{٣} = ٨$$

$$\text{ف}_{\text{م}} = \text{جـ}_{\text{م}} \times \text{ع}_{\text{ن}}$$

$$\text{ف}_{\text{م}} = ٠,٦٠ \times ٨ = ٤,٨$$

$$\text{هـ} = \frac{\text{م}}{\text{ف}_{\text{م}}}$$

$$\text{هـ} = \frac{٢١٦}{٤,٨} = ٤٥ \text{ ث كجم}$$

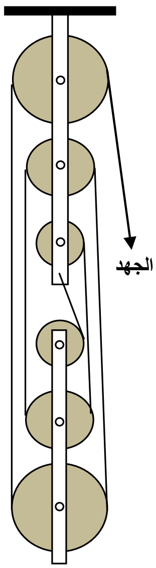
$$\text{ف}_{\text{هـ}} = \text{ع}_{\text{ن}} \times \text{ف}_{\text{م}}$$

$$\text{ف}_{\text{هـ}} = ٨ \times ١,٥ = ١٢ \text{ متر}$$

(٢) مجموعة البكرات ذات الحبل الواحد

إذا تحركت مسافة الحمل مسافة " ف " فإن مسافة الجهد لمجموعة بكرات عددها " ن "

هى" ن ف" ، كما هو موضح بالشكل (٥-٩).



شكل (٥-٩)

نسبة السرعة = مسافة الجهد ÷ مسافة الحمل

عن = ن ف ÷ ف

ع ن = ن

مثال (11)

آلة رافعة تتكون من مجموعة بكرات من النوع الثانى ذات الحبل الواحد عدد بكراتها ٨ . فإذا كان الجهد المسلط على الطرف الحر للحبل ٣٠ ث كجم و جودتها الآلية ٧٠% فاوجد مقدار الحمل المرفوع ، و المسافة التى يرتفعها الحمل إذا طوى من حبل الجهد مسافة ١٦ متراً .

الحـل

ع ن = ن = ٨

ف م = جـ م × ع ن

ف م = ٠,٧٠ × ٨ = ٥,٦

$م = ف_{أ} \times هـ$

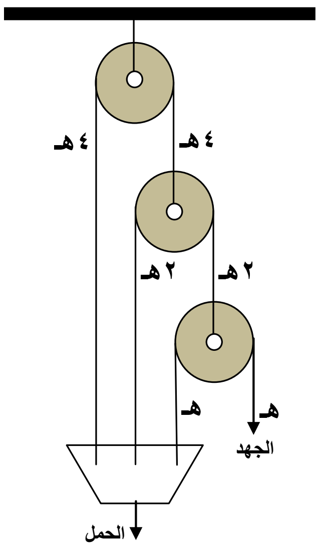
$م = ٥,٦ \times ٣٠ = ١٦٨$ ث كجم

$$ف_{م} = \frac{ف_{هـ}}{ع_{ن}}$$

$$ف_{م} = \frac{١٦}{٨} = ٢$$

(٣) مجموعة البكرات ذات الحمل المعلق فى الحبال

فى هذا النوع يتم تعليق الحمل على مجموعه من البكرات عددها "ں" ، وبناء على ذلك سيكون الحمل مساوياً لمجموع قوى الشد فى حبال جميع البكرات المعلق منها كما هو موضح بالشكل (٥-١٠)



شكل (٥-١٠)

لتسهيل حساب نسبة السرعة نفرض أن الجودة الآليه ١٠٠ % ،ومنه ينتج أن نسبة السرعة تساوى الفائدة الآليه

الجهد = هـ

الحمل = الشد فى الحبل الأول

+ الشد فى الحبل الثانى

+ الشد فى الحبل الثالث + ... + الشد فى الحبل "ں"

الحمل = هـ + ٢هـ + ٤هـ + ٠٠٠٠٠٠٠٠٠ + $٢^{ن-١}$ هـ

$$ع_ن = ف_م = \frac{م}{هـ}$$

$$ع_ن = ١ + ٢ + ٤ + ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ + ٢^{ن-١}$$

نسبة السرعة تمثل مجموع متوالية هندسيه تأخذ الصوره

$$ع_ن = ٢^{ن} - ١$$

مثال (12)

مجموعة بكرات ذات حمل معلق فى الحبال عدد بكراتها ٤ استخدمت فى رفع حمل مقداره ٩٠٠ ث كجم . أوجد نسبة السرعة و المسافة المشدودة من حبل الجهد إذا ارتفع الحمل مسافة ٢ متراً . و ما هى القوة المسلطة على حبل الجهد اللازمة لرفع الحمل إذا كانت الجودة ١٠٠% .

الحل

$$ع_ن = ٢^{ن} - ١$$

$$ع_ن = ٢^{٤} - ١ = ١٥$$

$$ف_م = ع_ن = ١٥$$

$$ف_هـ = ع_ن \times ف_م$$

$$ف_هـ = ١٥ \times ٢ = ٣٠ \text{ متر}$$

$$هـ = \frac{م}{ف_م}$$

$$هـ = \frac{٩٠٠}{١٥} = ٦٠ \text{ ث كجم}$$

تمارين (٥)

(١) ملفاف بسيط قطر طارته ٤٦ سم و قطر اسطوانته ٩ سم فإذا كان الجهد المؤثر على الطارة ٥ ث كجم والجودة الآلية ٨٠% فاحسب :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية. (جـ) مقدار الحمل .

(٢) ملفاف بسيط يرفع حملاً قدره ١٤٠ ث كجم ، فإذا كان قطر اسطوانة الحمل ١٠ سم ، وطرف ذراع الجهد ٤٠ سم ، و الجودة الآلية ٧٠% فاحسب :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية. (جـ) مقدار الجهد.

(٣) ملفاف فارق قطر طارته ٧٠ سم و قطر اسطوانتيه ٤٠ سم ، ٣٥ سم و جودتة الآلية ٧٠ % أوجد :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية.

(جـ) الحمل الممكن رفعه إذا أثر على الطارة جهداً مقداره ١٨ ث كجم .

(٤) ملفاف فارق طول ذراعه ٦٠ سم و قطر اسطوانتيه ٤٠ سم ، ٥٠ سم و جودتة الآلية ٨٠ % أوجد :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية.

(جـ) الحمل الممكن رفعه إذا أثر على الطارة جهداً مقداره ١٠ ث كجم .

(٥) ونش بسيط طول ذراعه ٥٠ سم ، و قطر اسطوانته ٢٥ سم ، و عدد أسنان الترسان ٢٠ ، ١٠٠ ، فإذا علم أن الفائدة الآلية لهذا الونش ١٢ ، فأوجد:

(أ) نسبة السرعة. (ب) الجودة الآلية.

(جـ) القوة اللازمة لرفع حمل مقداره ٣٠٠ ث كجم .

(٦) ونش مركب طول ذراعه ٤٥ سم و قطر اسطوانته ٣٠ سم ، و عدد اسنان الترسين الصغيرين (القائدين) ٢٢ ، ٣٠ ، و عدد اسنان الترسين الكبيرين (المنقادين) ١٥٠ ، ١١٠ ، يستخدم لرفع حمل مقدارة ١٠٠٠ ث كجم ، فإذا كانت الجودة الآلية ٨٠% . فاحسب :

(أ) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآلية.

(جـ) مقدار القوة المسلطة على الذراع لرفع الحمل .

(٧) مكبس بسيط خطوة القلاوظ ١ سم ، و القوة المسلطة على اليد ٤٠ ث كجم ونصف قطر اليد ٢٨ سم . فما هو مقدار الضغط الواقع على قرص المكبس إذا كانت الجودة الآلية ٥٠%.

(٨) مرفاع لولبى بسيط (كوريك) طول ذراعه ٤٠ سم و خطوة القلاوظ ٤ مم . احسب نسبة السرعة و الفائدة الآلية ، و القوة المسلطة على الذراع لرفع حمل مقدارة ـ ٤٢٠٠ ث كجم إذا كانت الجودة الآلية ٧٠%.

(٩) إذا كان طول ذراع المرفاع المركب ذو الترسين ٤٠ سم و خطوة قلاوظه ١ سم ، و عدد أسنان الترسان ٢٠ ، ١٠٠ . فإذا كانت جودته الآليه ٣٠% فاوجد :

(ا) نسبة السرعة. (ب) الفائدة الآليه .

(جـ) مقدار الجهد اللازم لرفع حمل قدرة ٥٥٠٠ ث كجم .

(١٠) رافعة مجموعة بكرات ذات حبال معلقة عدد بكراتها ٣ فما هى نسبة سرعتها . إذا كان جودتها الآلية ٥٠% والحمل المراد رفعه ٢٥٠ ث كجم . أوجد قيمة الفائدة الآلية ، و القوة الازمة لرفع الحمل ، و طول الجزء المطوى من حبل الجهد عندما يرتفع الحمل مسافة ٢ متراً .

(١١) آلة رافعة تتكون من مجموعة بكرات من النوع الثانى ذات الحبل الواحد عدد بكراتها ٦ . فإذا كان الجهد المسلط على الطرف الحر للحبل ٢٠ ث كجم و جودتها الآلية ٨٠% فاوجد مقدار الحمل المرفوع ، و المسافة التى يرتفعها الحمل إذا طوى من حبل الجهد مسافة ١٢ متراً .

(١٢) مجموعة بكرات ذات حمل معلق فى الحبال عدد بكراتها ٤ استخدمت فى رفع حمل مقداره ١٠٠٠ ث كجم . أوجد نسبة السرعة و المسافة المشدودة من حبل الجهد إذا ارتفع الحمل مسافة ٤ متراً . و ما هى القوة المسلطة على حبل الجهد اللازمة لرفع الحمل إذا كانت الجودة ١٠٠% .

الوحدة السادسه
حركة البكرات

٦-١ نموذج لدراسة الحركة لعناصر مجموعة بكرات

٦-٢ استنتاج معادلات الموضع والسرعه والعجله

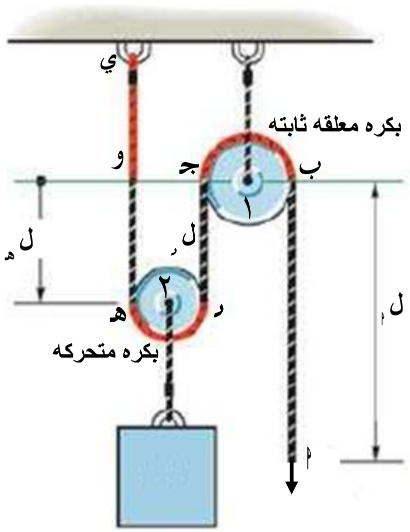
مقدمة

عند دراسة آله رفع تتكون من مجموعه من البكرات نؤثر عليها بحمل وجهد نجد أنه ليس من المهم فقط دراسة قيمة الحمل والجهد ومدى كفاءة هذه المجموعه ، ولكنه من المهم ايضاً دراسة الموضع والسرعة والعجلة التى تصف حركة كل عنصر من عناصر هذه المجموعه.

٦- حركة البكرات

١-٦ نموذج لدراسة الحركة لعناصر مجموعة بكرات

والشكل (٦-١) يوضح حركة مجموعه من البكرات تحت تأثير جهد عند نقطة "أ" وحمل تقوم برفعه البكره المتحركه "٢" ، ويعتبر الحبل المحدد بالنقاط أ ب جـ د ،هـ، و، ي هو المتحكم فى حركة المجموعه.



شكل (٦-١)

لإيجاد الموضع والسرعه والعجله التى تتحرك بها عناصر المجموعة لابد من الأخذ فى الاعتبار كل مما يأتى

١- الحبل غير مرن ولا تحدث فيه استطاله ناتجه عن تأثير الحمل والجهد عليه.

٢- الحبل المتصل بالبكرات طوله الكلى ثابت لا يتغير، وبذلك عند اشتقاق الطول الكلى الثابت للحبل فهو يساوى صفر.

٣- الأجزاء التى تلامس البكرات من الحبل مثل القوس "**بجـ**" والقوس "**دهـ**" هى أجزاء ثابتة الطول لا تؤثر فى موضع كل عنصر من عناصر المجموعه وبذلك لا تؤثر على سرعته وعجلته.

٤- الأجزاء من الحبل التى تعلو محور البكرات الثابتـه مثل طـول القطعـه المستقيمه "$\overline{\text{ي و}}$" هـى أجزاء ثابته الطول لا تؤثر فـى موضـع كل عنصـر من عناصـر المجموعـه وبـذلك لا تـؤثر علـى سرعته وعجلته.

٥- الأجزاء من الحبل التى تؤثر فى موضع عناصر المجموعه هى $ل_{أ}$ ، $ل_{ب}$ ، $ل_{هـ}$

٢-٦ استنتاج معادلات الموضع والسرعه والعجله

$$\therefore ل_{أ} + ل_{ب} + ل_{هـ} = ث$$

وتسمى المعادله السابقه معادلة الموضع حيث أن " ث " هى الطول الكلى للحبل مطروحاً منه الأطوال **بجـ ، دهـ ، $\overline{\text{ي و}}$**.

باشتقاق معادلة الموضع بالنسبه للزمن يمكننا الحصول على معادلة السرعه كما يلى

$$\frac{ءل_{أ}}{ءن} + \frac{ءل_{ب}}{ءن} + \frac{ءل_{هـ}}{ءن} = \frac{ءث}{ءن}$$

$$\therefore ع_{أ} + ع_{ب} + ع_{هـ} = ٠$$

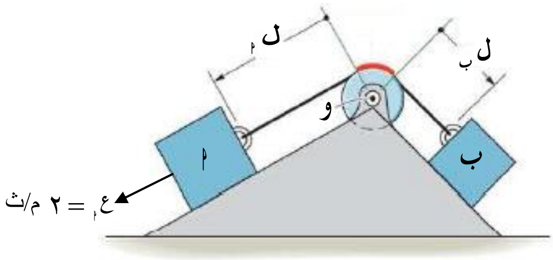
باشتقاق المعادله السابقة بالنسبه للزمن يمكن الحصول على معادلة العجله على النحو التالى

$$\frac{ءع_{أ}}{ءن} + \frac{ءع_{ب}}{ءن} + \frac{ءع_{هـ}}{ءن} = ٠$$

$$\therefore جـ_{أ} + جـ_{ب} + جـ_{هـ} = ٠$$

مثال (1)

حبل غير مرن ثابت الطول، نهاياته مثبتتان بجسمين "أ" ، "**ب**" موضوعتين على مستويين مائلين أملسين ويمر الحبل خلال بكره ملساء محورها عند "**و**" كما هو موضح بالشكل ، إذا كانت سرعة الجسم "أ" ٢م/ث فى اتجاه أكبر ميل للمستوى المائل لأسفل ، أوجد سرعة الجسم "**ب**".



الحـل

ل $_{أ}$ + **ل** $_{ب}$ = **ث**

باشتقاق معادلة الموضع للحصول على معادلة السرعات ينتج أن

$$\frac{دل_{أ}}{دن} + \frac{دل_{ب}}{دن} = \frac{دث}{دن}$$

$$ع_{أ} + ع_{ب} = ٠$$

$$\because ع_{أ} = ٢$$

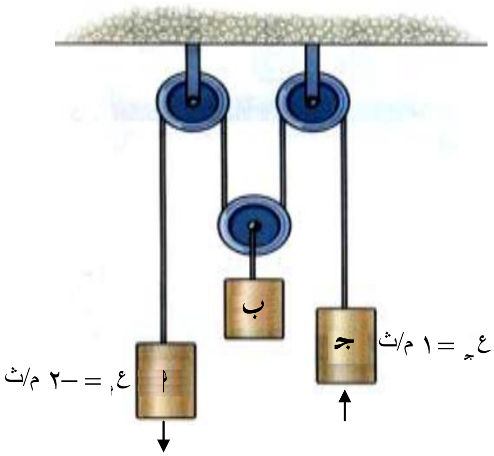
$$\therefore ٢ + ع_{ب} = ٠$$

$$\therefore ع_{ب} = -٢$$

والأشاره السالبه تعنى أن الجسم "" يتحرك فى اتجاه اكبر ميل للمستوى لأعلى

مثال (2)

مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، تتحرك الكتله " أ" رأسياً لأسفل بسرعة ٢ م/ث بينما تتحرك الكتله "**جـ**" رأسياً لأعلى بسرعة ١ م/ث ، حدد سرعة الكتله "ب"



الحــل

$ل_{أ} + ٢ل_{ب} + ل_{جـ} = ث$

باشتقاق معادلة الموضع بالنسبه للزمن نحصل على معادلة السرعه

$$\frac{دل_{أ}}{دن} + ٢\frac{دل_{ب}}{دن} + \frac{دل_{جـ}}{دن} = \frac{دث}{دن}$$

$$\therefore ع_{أ} + ٢ع_{ب} + ع_{جـ} = ٠$$

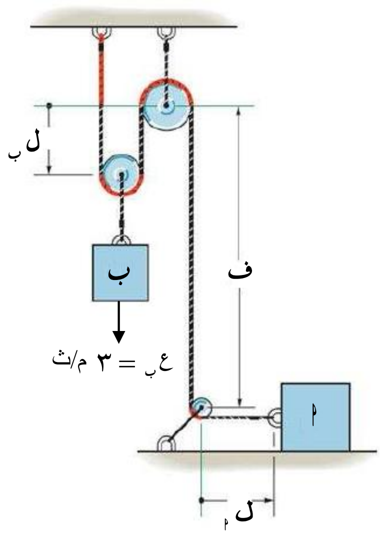
$$-٢ + ٢ع_{ب} + ١ = ٠$$

$$٢ع_{ب} = ١$$

$ع_{ب} = \frac{١}{٢}$ م/ث واتجاه الحركه لأعلى

مثال (3)

مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، تتحرك المجموعة عندما تؤثر قوة شد رأسيه لأسفل على الجسم **"ب"** ليتحرك بسرعة ٣ م/ث رأسياً لأسفل ، أوجد سرعة الجسم **"أ"**.



الحـل

من الشكل يتضح أن معادلة الموضع هى

$$\text{ل}_{\text{أ}} + ٢\text{ل}_{\text{ب}} + \text{ف} = \text{ث}$$

باشتقاق معادلة الموضع بالنسبه للزمن

$$\frac{\text{ءل}_{\text{أ}}}{\text{ءن}} + ٢\frac{\text{ءل}_{\text{ب}}}{\text{ءن}} + \frac{\text{ءف}}{\text{ءن}} = \frac{\text{ءث}}{\text{ءن}}$$

وحيث أن المسافات **"ف،ث"** ثابته لا تتغير ، فإنه من العلاقه السابقة يمكننا الحصول على معادلة السرعه التاليه

$$\therefore \text{ع}_{\text{أ}} + ٢\text{ع}_{\text{ب}} = ٠$$

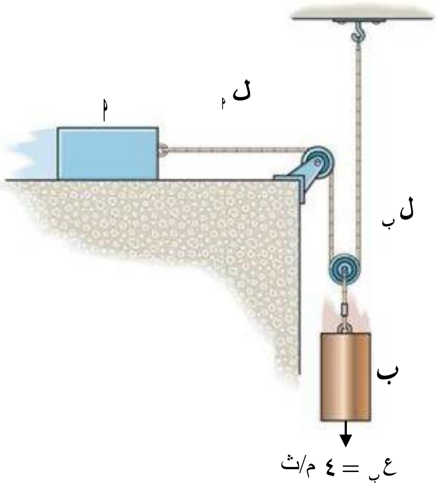
$$\because \text{ع}_{\text{ب}} = ٣$$

$$\therefore \text{ع}_{\text{أ}} + ٢ \times ٣ = ٠$$

$\therefore \text{ع}_{\text{أ}} = -٦$ م/ث والحركه أفقيه نحو اليسار

مثال (4)

مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، إذا كانت سرعة الجسم "ب" ٤ م/ث رأسياً لأسفل فأوجد سرعة الجسم "م".



الحـل

$ل_{م} + ٢ل_{ب} = ث$

باشتقاق معادلة الموضع بالنسبه للزمن نحصل على معادلة السرعه

$$\frac{ءل_{م}}{ءن} + ٢\frac{ءل_{ب}}{ءن} = \frac{ءث}{ءن}$$

وحيث أن المسافه "ث" ثابته ، فإنه من العلاقه السابقة يمكننا الحصول على معادلة السرعه التاليه

$\therefore ع_{م} + ٢ع_{ب} = ٠$

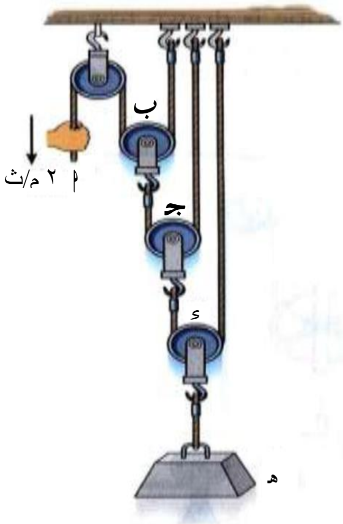
$\because ع_{ب} = ٤$

$\therefore ع_{م} + ٢ \times ٤ = ٠$

$\therefore ع_{م} = -٨$ م/ث والحركه أفقيه نحو اليمين

مثال (5)

مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، يسحب فيها الحبل عند " أ" رأسياً لأسفل بسرعة ٢ م/ث ، احسب السرعة التى يرتفع بها الحمل " **هـ**"



الحــل

بأخذ معادلات الموضع للحبال الثلاثه المارين بالبكرات **ب،جـ،ء** على الترتيب كالتالى

$$\because\ \text{ل}_{\text{أ}} + ٢\text{ل}_{\text{ب}} = \text{ث}$$

$$\because\ \text{ل}_{\text{جـ}} + (\text{ل}_{\text{جـ}} - \text{ل}_{\text{ب}}) = \text{ث}$$

$$\because\ \text{ل}_{\text{ء}} + (\text{ل}_{\text{ء}} - \text{ل}_{\text{جـ}}) = \text{ث}$$

بأشتقاق المعادلات السابقة بالنسبه للزمن ينتج أن

$$\therefore\ \text{ع}_{\text{أ}} = -٢\text{ع}_{\text{ب}}$$

$$\therefore\ \text{ع}_{\text{ب}} = ٢\text{ع}_{\text{جـ}}$$

$$\therefore\ \text{ع}_{\text{جـ}} = ٢\text{ع}_{\text{ء}}$$

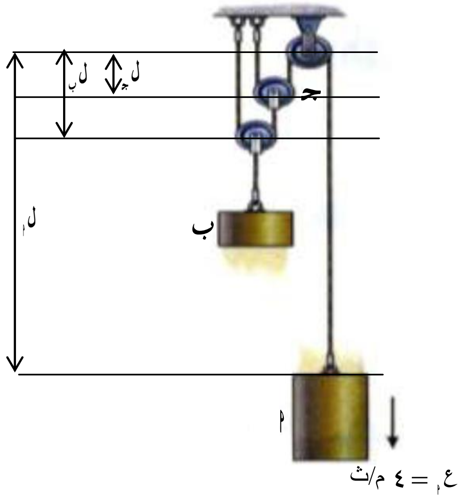
$$\text{ع}_{\text{أ}} = -٢(٢\text{ع}_{\text{جـ}}) = -٢(٢(٢\text{ع}_{\text{ء}}))$$

$$\text{ع}_{\text{أ}} = -٨\text{ع}_{\text{ء}}$$

$$\text{ع}_{\text{ء}} = \frac{\text{ع}_{\text{أ}}}{-٨} = \frac{٢}{-٨} = -\frac{١}{٤}\ \text{م/ث}$$

مثال (6)

مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، إذا كانت سرعة الجسم "أ" ٤ م/ث واتجاهها رأسياً لأسفل فأوجد سرعة الجسم "**ب**"



الحـل

يمكن كتابة معادلة الموضع لحبل البكره المعلق بها الثقل "**ب**" على الصوره

$$ل_ب + (ل_ب - ل_{جـ}) = ث_١$$

$$\therefore ٢ل_ب - ل_{جـ} = ث_١$$

باشتقاق معادلة الموضع السابقه بالنسبة للزمن نحصل على معادلة السرعه التاليه

$$٢ع_ب - ع_{جـ} = ٠$$

$$\therefore ع_ب = \frac{ع_{جـ}}{٢} \qquad (١)$$

يمكن كتابة معادلة الموضع للحبل المعلق به الثقل "أ" على الصوره

$$ل_أ + ٢ل_{جـ} = ث_٢$$

$$ع_أ + ٢ع_{جـ} = ٠$$

$$ع_{جـ} = \frac{-ع_أ}{٢} \qquad (٢)$$

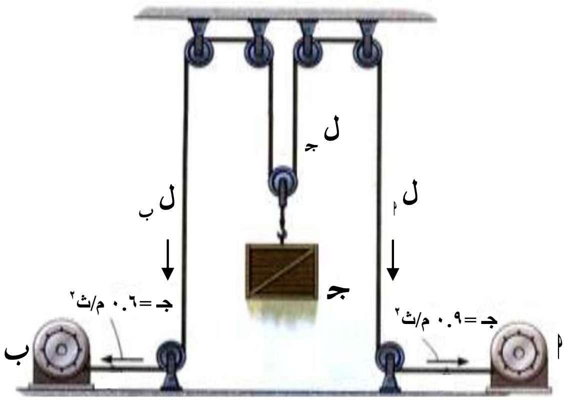
من (١) ، (٢) ينتج أن

$$ع_ب = \frac{ع_جـ}{٢} = \frac{-ع_أ}{٤}$$

$$ع_ب = \frac{-٤}{٤} = -١$$ م/ث والحركه رأسيه للأعلى

مثال (7)

مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، يجذب فيها محرك عند "أ" الحبل بعجله ٠.٩ م/ث^٢ ، كما يجذب محرك آخر عند "ب" الحبل بعجلة ٠.٦ م/ث^٢



الحــل

من الشكل يتضح أن معادلة الموضع هى

$$ل_أ + ل_ب + ٢ل_جـ = ث$$

وباشتقاق المعادله السابقه بالنسبه للزمن

$$ع_أ + ع_ب + ٢ع_جـ = ٠$$

وباشتقاق معادله السرعه بالنسبه للزمن تنتج معادلة العجله

$$جـ_أ + جـ_ب + ٢جـ_جـ = ٠$$

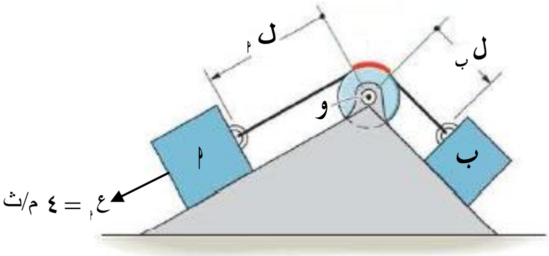
وحيث أن المحركين يسحبان الحبلين معاً لأسفل فإن عجلتيهما لها نفس الإشاره السالبه وبذلك فإن

$$-٠,٩ - ٠,٦ + ٢جـ_جـ = ٠$$

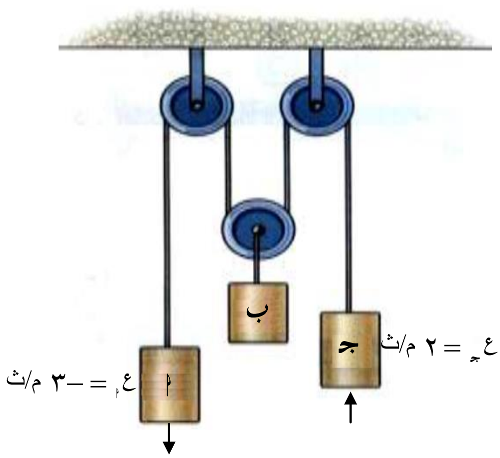
$$جـ_جـ = ٠,٧٥$$ م/ث^٢

تمارين (٦)

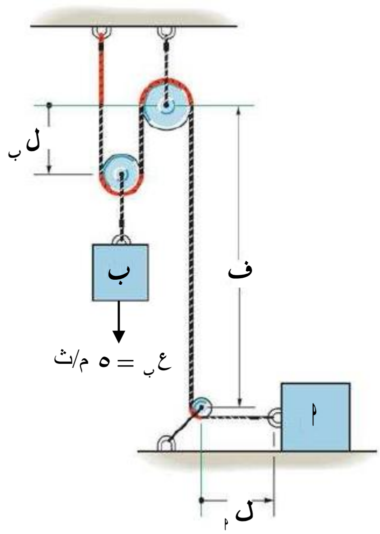
(١)حبل غير مرن ثابت الطول، نهايتاه مثبتتان بجسمين "أ" ، "ب" موضوعتين على مستويين مائلين أملسين ويمر الحبل خلال بكره ملساء محورها عند "و" كما هو موضح بالشكل ، إذا كانت سرعة الجسم "أ" ٤م/ث فى اتجاه أكبر ميل للمستوى المائل لأسفل ، أوجد سرعة الجسم "ب".



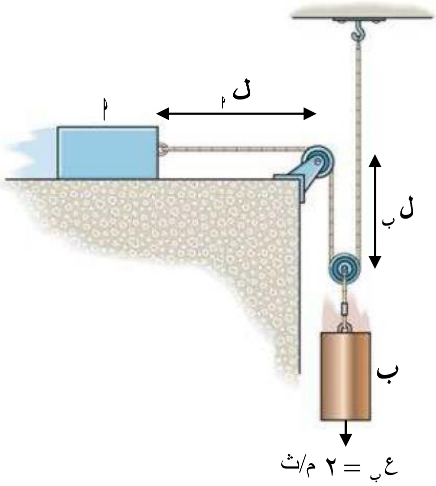
(٢)مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، تتحرك الكتله " أ" رأسياً لأسفل بسرعة ٣م/ث بينما تتحرك الكتله "جـ" رأسياً لأعلى بسرعة ٢ م/ث ، حدد سرعة الكتله "ب"



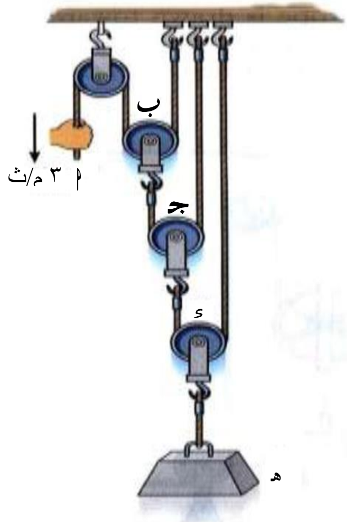
(٣)مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، تتحرك المجموعة عندما تؤثر قوة شد رأسيه لأسفل على الجسم **"ب"** ليتحرك بسرعة ٥ م/ث رأسياً لأسفل ، أوجد سرعة الجسم "م".



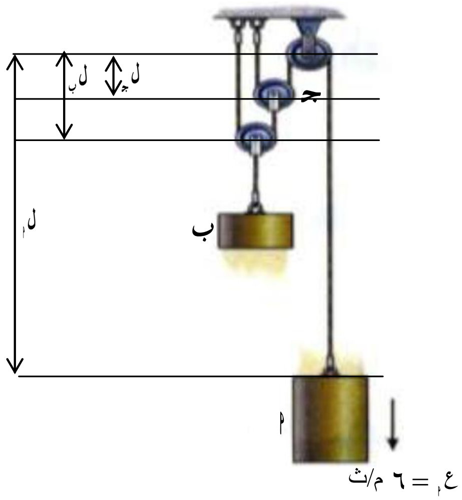
(٤)مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، إذا كانت سرعة الجسم **"ب"** ٢ م/ث رأسياً لأسفل فأوجد سرعة الجسم "م".



(٥)مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، يسحب فيها الحبل عند " ﺃ" رأسياً لأسفل بسرعة ٣ م/ث ، احسب السرعة التى ترتفع بها الكتلة " **ﻫ**".



(٦)مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، إذا كانت سرعة الجسم "ﺃ" ٦ م/ث واتجاهها رأسياً لأسفل فأوجد سرعة النقطه "**ب**".



(٧)مجموعة بكرات كما هو موضح بالشكل ، يجذب فيها المحرك عند "أ" الحبل بعجله ٠.٧ م/ث^٢ ، كما يجذب المحرك عند "ب" الحبل بعجلة ٠.٤ م/ث^٢.